

非対称波の下での波動境界層の解析

京都大学工学部 正員 浅野敏之
 京都大学大学院 学生員 O栗林賢一
 京都大学工学部 正員 酒井哲郎

1.はじめに 従来、底面摩擦力の評価に際しては、水平床上の正弦振動流を用いた実験結果に基づく公式を準用しているのが現状である。しかし、現地の海岸に來襲する波の下での底面近傍の水粒子速度場は多くの点で正弦振動流で近似できるものではない。本研究は前傾化した波の下での底面摩擦力の特性を数値解析によって明らかにしようとするものである。

2.非対称波のモデル化 Buhr Hansen - Svendsen (1987)は、碎波後の波の水平水粒子速度を測定整理した結果、その時間波形は次式に示す"saw-tooth"型の変化で記述されることを示した。

$$U(x) = \begin{cases} \omega x / \alpha \pi \cdot U_{\max} & : 0 < \omega x < \alpha \pi \\ (\pi - \omega x) / (1 - \alpha) \pi \cdot U_{\max} & : \alpha \pi < \omega x < (2 - \alpha) \pi \\ (\omega x - 2\pi) / \alpha \pi \cdot U_{\max} & : (2 - \alpha) \pi < \omega x < 2\pi \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 ω は角周波数、 $U_{\max}$ は外縁流速の最大値、 α は0から1までの値を取る前傾度を示すパラメーターで、 $\alpha=0.5$ で波は対称となり、 $\alpha<0.5$ で波は前傾、 $\alpha>0.5$ で後傾する。このモデル化はもちろん水面での境界条件をどの程度厳密に満足するか定かではなく、物理性は乏しいが、波の前傾度をパラメーター α で簡単に記述できる点は評価すべきであろう。ただし、このモデルのままでは du/dt あるいは圧力勾配 dp/dx が $\omega t = \alpha\pi$ 、 $(2-\alpha)\pi$ で不連続となり、現象を記述する上で適切ではない。そこで、(1)をフーリエ展開して連続な波形を与えることにする。すなわち、

$$U(x) = U_{\max} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\omega x, \quad a_n = 2/(\pi^2 \alpha (1-\alpha) n^2) \cdot \sin n\alpha\pi \quad (2)$$

3.層流境界層の計算 境界層外縁における流速変動を(2)のようなsaw-tooth 波形のフーリエ級数近似で与え、層流境界層内の流速波形を計算した。層流境界層方程式は次式で与えられる。

$$2u/\partial x = \partial^2 u / \partial x^2 + \nu \partial^2 u / \partial z^2 \quad (3)$$

ここに ν は動粘性係数である。(3)は線形であるため、解の重ね合わせが可能となり、外縁流速を(2)で与えたときの(3)の解は次式となる。

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \{ \sin n\omega x - \exp(-\beta_n z) \sin(n\omega x - \beta_n z) \} \quad (4)$$

$$\beta_n = (n\omega/2\nu)^{1/2}$$

図-1と図-2はそれぞれ $\alpha=0.3$ と0.5に対して、計算結果を示したものである。図から波形の対称な $\alpha=0.5$ の場合には正方向と負方向の極大値が等しいが、波が前傾する $\alpha=0.3$ の場合には正方向の極大値が負方向より大きくなる。この流速波形の上下非対称性は底面に近づくほど顕著になる。逆に $\alpha>0.5$ の後傾時には負方向の極大値が正方向より大きくなる。こうした結果が得られるのは、境界層内の流体塊に作用するdriving forceである圧力勾配 dp/dx が、流速の極大値を迎える前の位相区間で、波の前傾とともに大きくなることから説明できる。

4.乱流境界層の計算 2次元の乱流境界層方程式はReynolds Stress項を混合距離 $l = \kappa z$ (κ はカルマン定数)を用いて表わすと次式のようになる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (\kappa z)^2 \frac{\partial u}{\partial z} \left| \frac{\partial u}{\partial z} \right| \right\} \quad (5)$$

ここでは、上式ならびに連続式を有限要素法を用いて解析した。その詳細は浅野・岩垣(防災年報:1986)を参照されたい。図-3、図-4はそれぞれ $\alpha=0.3$ と0.7の場合の水粒子速度の時間波形を

Toshiyuki ASANO, O Kenichi KURIBAYASHI, Tetsuo SAKAI

示したものである。図から前傾化した波 ($\alpha < 0.5$) では、正方向の極大値が負方向の極大値より大きくなり、後傾化した波 ($\alpha > 0.5$) では小さくなる。また正の極大値が生じる位相は底面に近づくほど前進し、底面せん断応力の境界層外縁流速からの位相の前進となって現れる。この傾向は前傾度が大きくなるほど著しい。この原因は圧力勾配が外縁流速より位相が前進しているからにほかならない。最後に波の前傾度による底面摩擦の特性の変化を摩擦係数で評価した。まず最初に、底面における流速勾配から底面せん断応力を定め、その最大値 $\tau_{b, \max}$ と外縁流速の最大値 $U_{\max}$ とから摩擦係数 f_w を(6)式で定義した。次に底面せん断応力の波の1周期間の平均値から底面摩擦係数 $\bar{f}$ を(7)式のように定義した。

$$\tau_{b, \max} = (P/2) f_w U_{\max}^2 \quad (6) \quad \overline{|\tau_b|} = (P/2) \bar{f} U_{\max}^2 \quad (7)$$

表-1にその計算結果を示す。まず f_w については、波の前傾度が大きくなるにつれて値が大きくなり、 $\alpha=0.1$ では $\alpha=0.5$ の場合の2倍近くなることがわかる。一方、波が後傾すると f_w の値は減少するが、その変化はわずかである。 $\bar{f}$ については α による明確な変化は現れない。これは底面せん断応力を1周期平均する操作によって、波の前傾化の効果が打ち消されるためと考えられる。

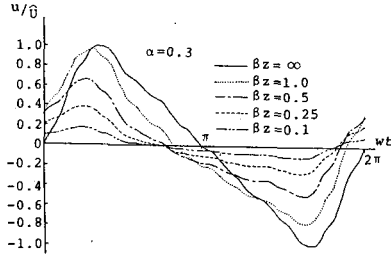


図-1

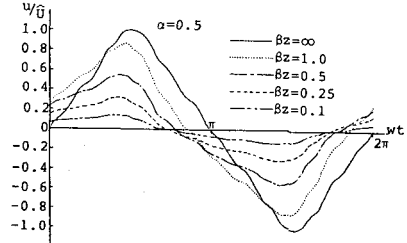


図-2

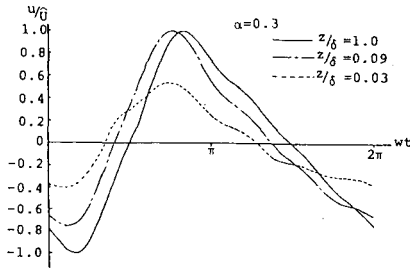


図-3

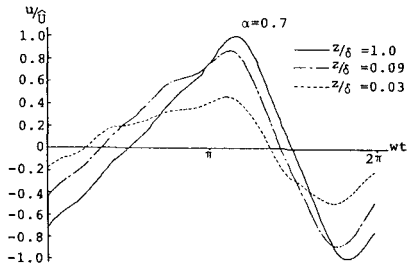


図-4

表-1

α	f_w	$\bar{f}$
0.1	0.218	0.099
0.2	0.189	0.097
0.3	0.158	0.096
0.4	0.143	0.096
0.5	0.127	0.096
0.7	0.110	0.096
0.9	0.105	0.098