流出予測の精度からみた降雨·流量観測システムの設計に関する基礎的検討

京都大学工学部　正員　　高棹琢馬　　京都大学工学部　正員　　椎葉充晴
京都大学工学部　正員　　堀　智晴　　東急不動産　　　正員　○永川尚文

1．緒言　　近年，洪水の予測や制御の技術の進歩に伴い，降雨あるいは流量の観測は，降雨現象・流出現象の解明を目的とするだけでなく，リアルタイムで得られるこれらの観測値をもとに，流量を実時間で予測し，洪水管理の際の意志決定のための情報とするという側面も非常に重要になりつつある．そこで本研究では，流域下流端での流量予測精度を評価規準として降雨・流量観測システムを設計する方法を考察する．

2．降雨・流量観測システムの設計問題　　本研究で扱う降雨・流量観測システムは，流域内に設けるべき降雨観測所の数Iとその位置x_i(i=1,･･･,I)および降雨観測時間間隔Δt_r，流量観測所の数Mと位置y_m(m=0,･･･,M，ただし0は流域下流端を1～Mは流域内部を表す）および流量の観測時間間隔Δt_qからなる．

3．流域下流端流量の予測精度と降雨・流量観測の効果　　まず，降雨および流量の観測が流域末端での流量予測精度（誤差分散）に与える効果を算定するため次の仮定をおく．

①時刻０以前には雨は降っていない．すなわち，$\zeta(t,x) = 0$，$t<0$，$x \in A$．ただし，$\zeta(t,x)$は時刻t，地点xにおける降雨強度，Aは流域を表す．

②時刻t>0における降雨強度の期待値$E[\zeta(t,x)]$および共分散$Cov[\zeta(t_1,x_1),\zeta(t_2,x_2)]$は既知である．

③降雨は時間間隔Δt_rで観測され，次式により時刻$k\cdot\Delta t_r$の観測地点x_i(i=1,･･･,I)における観測値$z_i(k\cdot\Delta t_r)$が得られる（iは降雨観測所の位置を表し，kは自然数である）．

$$z_i(k\cdot\Delta t_r) = \int_{(k-1)\cdot\Delta t_r}^{k\cdot\Delta t_r} \zeta(t,x)dt \qquad \cdots\cdot(1)$$

④時刻tにおける地点y_m(m=0,･･･,M)の流量$q_m(t)$は，

$$q_m(t) = \int_{-\infty}^{t} d\tau \int_A dx\ \zeta(\tau,x)\cdot h_m(t-\tau,x) \qquad \cdots(2)$$

で与えられる．ここに，$h_m(t,x)$はt，xに依存する既知関数でありt<0では$h_m(t,x)=0$である．もちろん実際の流出現象は線形でないから，ここでの議論は何らかの線形化手法を用いた近似を前提にしたものである．線形化したことにより全ての時刻における流域下流端流量の推定誤差分散をオフラインで（すなわち観測値の実現系列を用いることなく）計算できることなり，設計問題の取扱いに適した形となる．

⑤流量は時間間隔Δt_q観測され，時刻$l\cdot\Delta t_q$(lは自然数)，地点y_m(m=0,･･･,M)における流量観測値$q_m(l\cdot\Delta t_q)$は(2)式の形で与えられる．

③および⑤で与えられる観測値が時々刻々与えられていくとき，確率ベクトル場のKalman Filter理論を用いて流域下流端流量$q_0(t)$を線形最小２乗推定し，その推定誤差分散を用いて観測システムを評価する．本研究では降雨から流出量への応答関係として線形式を仮定しているから，直接$q_0(t)$を推定する代わりに$\zeta(t,x)$を推

表１　降雨観測・流量観測とその処理

（１）降雨観測とその処理

$$\hat{\zeta}(t,x) = \hat{\zeta}_0(t,x) + \sum_{i=1}^{I} k_i(t,x)\cdot(z_i(k\cdot\Delta t_r - \int_{s-\Delta t_r}^{s} \hat{\zeta}_0(\tau,x)d\tau\ ) \cdots\cdots\cdots\cdot(a)$$

$$\sum_{i=1}^{I} k_i(t,x)[\int_{s-\Delta t_r}^{s} d\tau_1 \int_{s-\Delta t_r}^{s} d\tau_2\ R_0(\tau_1,x_i,\tau_2,x_j)] = \int_{s-\Delta t_r}^{s} R_0(t,x,\tau,x_j)d\tau \cdots\cdots\cdots(b) \quad (j=1,\cdots,I)$$

$$R(t_1,x_i,t_2,x_2) = R_0(t_1,x_i,t_2,x_2) - \sum_{i=1}^{N} k_i(t_1,x_i)\int_{s-\Delta t_r}^{s} R_0(\tau,x_i,t_2,x_2)d\tau \cdots\cdot(c)$$

（２）流量観測とその処理

$$\hat{\zeta}(t,x) = \hat{\zeta}_0(t,x) + \sum_{m=1}^{M} k'_m(t,x)\cdot(q_m(s) - \int_A\int_{-\infty}^{s} \hat{\zeta}_0(\tau,x)hj(s-\tau,x)d\tau dx) \cdots(d)$$

$$\sum_{n=1}^{M} k'_n(t,x)Q_{mn} = \int_A d\xi \int_{-\infty}^{s} d\tau_2\ R_0(t,x,\tau,\xi)h_n(s-\tau,\xi) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdot(e) \quad (m=1,\cdots,M)$$

ただし，$Q_{mn} = \int_A d\xi_1 \int_A d\xi_2 \int_{-\infty}^{s} d\tau_1 \int_{-\infty}^{s} d\tau_2 R_0(\tau_1,\xi_1,\tau_2,\xi_2)h_n(s-\tau_2,\xi_2)$

$$R(t_1,x_1,t_2,x_2) = R_0(t_1,x_1,t_2,x_2) - \sum_{n=1}^{M} k'_n(t_1,x_1)\int_A d\xi \int_{-\infty}^{s} d\tau R_0(\tau,\xi,t_2,x_2)h_n(s-\tau,\xi)d\tau \cdots\cdot(f)$$

$\hat{\zeta}$：降雨強度の推定値，R：降雨強度の推定誤差の共分散
ただし添字０は時刻$s-\Delta t_r$または$s-\Delta t_q$までのデータによる推定値であることを表し，添字無しは時刻sまでのデータを用いた推定値であることを表す

Takuma Takasao, Michiharu SHIIBA, Tomoharu HORI, Naohumi NAGAKAWA

定し，これを(2)式に代入して流量の推定値$q_a(t)$を求めてもよい．そこで，本研究では降雨強度$\zeta(t,x)$, $-\infty<t<\infty$, t Aを状態量とし，これを(1)および(2)式で与えられる形で観測しているものと考える．

以上の仮定を用いると(1)式により時刻sに降雨の観測値$z_i(s)$, $i=1,\cdots,I$が得られたとき，降雨強度の推定値およびその共分散は表1の(a)および(c)式によって求められる((a),(c)式中のkは(b)式を解いて得られる)．同様に時刻sに(3)式により流量観測値$q_m(s)$, $m=0,\cdots,M$が得られたとき，観測値を用いた降雨強度の推定値及び共分散は表1の(e)および(f)式によって求められる(式中k'は(e)式により与えられる)．

4．適用と考察　本理論の適用の第一段階として，また，雨量計は流域内に一様に配置すべきなのかどうかを検討するため，図1に示す1次元流域(流域長L=10km)に1個の雨量観測所のみを設ける場合に適用する．まず，流出速度と降雨観測所の位置の関係をみるため流域下流端での時刻tにおける流量$q_a(t)$を，

$$q_a(t) = \int_0^L dx \int_{-\infty}^{t} d\tau\ \zeta(\tau,x)\cdot\delta\left(t-\frac{x}{v}-\tau\right) \qquad \cdots(3)$$

で表す．ただし$\delta(\cdot)$はDiracのデルタ関数である．また，観測が無い場合の先験的な降雨分布モデルとして，I.Rodoriguez-Iturbeのモデル[2)]を採用する．降雨観測システムの評価はピーク流量の予測精度を指標にして行う．具体的には，流量のピーク時刻を観測がない時点(時刻0)での予測流量の平均値がピークとなる時刻t_mと仮定し，時刻t_mにおける流域下流端流量をリード時間$t_L(=t_m/3)$ですなわち時刻t_m-t_Lにおいて予測する．このときの予測誤差分散$Q(t_m)$を観測が無い時点(時刻0)におけるピーク流量の予測誤差分散$Q_a(t_m)$で正規化した値を最小化する．図1に示す流域モデルについて流域下流端より1kmごとに雨量計を配置し$Q(t_m)/Q_a(t_m)$を計算し，雨量計の各位置に対してプロットしたものを図2に示す．

図2より$Q(t_m)/Q_a(t_m)$の最小値を与える地点は流出速度が小さくなるにつれて上流側に移動する傾向がある．この理由は次のように考えられる．ピーク流量を形成する降雨は時刻$\max[t_m-L/v,0]$からt_mまでに流域下流端とそこから$\min[L,v\cdot t_m]$上流の地点の間に降った降雨であるが，そのうち予測を行う時刻t_m-t_Lまでに降る雨は流域下流端より$v\cdot t_L$上流の地点から$\min[L,v\cdot t_m]$の地点までに分布することになる．従って，降雨に時間的な相関が無ければこの区間の降雨を精度よく推定することがピーク流量の予測精度を上げることにつながるため，この区間の中間点付近に雨量計を設けるのが適当であると考えられる．そしてこの中間点は流出速度vが小さくなるにつれ上流に移動するからそれに伴い最適な雨量計の位置も上流側に移動する．本適用例では降雨強度に時間的な相関があるため最適な雨量計位置はこの中間点よりは下流にずれる結果となっているが最適な雨量計の位置が流出速度が遅くなるに連れ上流側に移動する傾向には変わりがないと考えられる．なお雨量計の位置はこの他降雨強度の分散の時間的変化にも依存するがこの点については講演時に述べる．

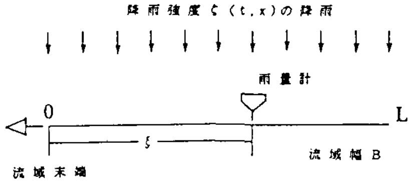

図1　適用流域の概要

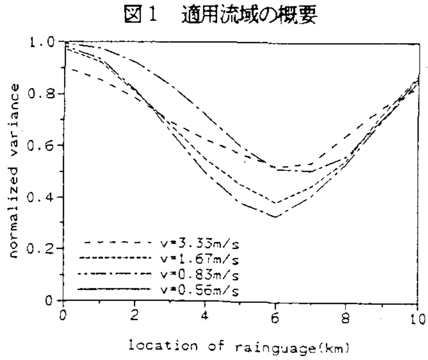

図2　雨量計の位置とピーク流量予測精度の関係

5．結語　本研究では，流出予測の精度を評価指標として降雨・流量観測システムを設計する方法を展開し，一次元流域への適用を通じ降雨観測所は必ずしも流域の中央に配置するのが適当とはいえないことを見いだした．今後実流域への適用を進め本理論の有効性を検証して行きたい．

【参考文献】1)R.L. Bras, D.V. Tarboton and C.E. Puente :Hydologic Sampling:A Characterization in terms of rainfall and basin properties, J. of Hydrol., Vol.102, 1989. 2)I. Rodoriguez-Iturbe and P.S. Eagleson:Mathematical Models of Rainstorm Events in Time and Space, Water Resources Research, Vol.23, 1987.