

弯曲部における流体と粒子の運動に関する研究

岸本運送株式会社 正員 小林 昭典

神戸大学工学部 正員 〇 筧 源亮

1 まえがき

流れの可視化の一手法に、トレーサ法がある。この方法は、流れの中に目印になる物質（これをトレーサ粒子という）を混入し、その流跡線から、流れの様子を知る方法である。本研究は、このトレーサ法を用いて、水路の弯曲部における、粒子と流体との相対運動について考察することを目的とする。

2 理論式

流れの中に含まれた単一球形粒子の運動は、次式によって表わすことができる。

$$\underbrace{\rho_p \frac{4\pi a^3}{3} \frac{du_p}{dt}}_{慣性力} = \underbrace{\rho_f \frac{4\pi a^3}{3} \frac{du_f}{dt}}_{流れ場の圧力勾配} + \underbrace{\frac{1}{2} \rho_f \frac{4\pi a^3}{3} \frac{d}{dt} (u_f - u_p)}_{見かけ上の質量力} + \underbrace{6\pi\mu a (u_f - u_p)}_{ストークスの抵抗力} + \underbrace{6\pi\mu a \frac{a}{\sqrt{\pi\nu}} \frac{d(u_f - u_p)/d\tau}{\sqrt{t-\tau}}}_{バーセット項} d\tau - \underbrace{\left(\rho_p \frac{4\pi a^3}{3} - \rho_f \frac{4\pi a^3}{3} \right) g}_{浮力}$$

なお、上式において、添字 f , p は、各々、流体および粒子に関する量を表わす。

さらに、 $d/dt = d/dt_p = d/dt_f$ とする。

今、流体と粒子の運動を2次元的にとらえるため、浮力の項を省略し、さらに、バーセット項を省略すると、近似解として、次式を得る。

$$v = u_f - u_p = \frac{2a^2(\sigma-1)}{9\nu} \left[1 - \exp\left(-t \frac{9\nu}{2a^2(\sigma+1/2)}\right) \right] \frac{du_f}{dt} + v_0 \exp\left(-t \frac{9\nu}{2a^2(\sigma+1/2)}\right) \quad (1)$$

ここに、 V_0 は粒子が弯曲部に到達するまでの粒子と流体との速度差であり、(1)においてこれを省略すると、次式を得る。

$$v = u_f - u_p = \frac{2a^2(\sigma-1)}{9\nu} \left[1 - \exp\left(-t \frac{9\nu}{2a^2(\sigma+1/2)}\right) \right] \frac{du_f}{dt} \quad (2)$$

さらに、(1)を得るときに省略したバーセット項を、係数 k によって間接的に考慮するため、(1)を次の様に変形する。

$$u_f - u_p = \frac{2a^2(\sigma-1)}{9\nu} \left[1 - \exp\left(-kt \frac{9\nu}{2a^2(\sigma+1/2)}\right) \right] \frac{du_f}{dt} + v_0 \exp\left(-kt \frac{9\nu}{2a^2(\sigma+1/2)}\right) \quad (3)$$

本実験で得たデータと、(1), (2), (3)との適合性を検討する。

3 実験方法

実験には、図-1に示す弯曲部をもつアクリル製水路を用いた。流量は、2.25 (l/sec) で一定に保ち、弯曲部より上流側1.5 (m) の所から粒子（比重は、 $\sigma > 1$, $\sigma < 1$ のものを各々2種類、粒径は、0.37, 0.32, 0.27 (cm) を選んだ。）を流し、それが約20 (cm) 流下した時点で、粒子のまわりに、夜光性粉末状微粒子（粒径10 μ 程度なので、水流のトレーサとみなせる。以下、夜光性粉末という。）を投下する。そして、粒子が弯曲部に到達すると同時に写真撮影を行い（シャッタースピードは1/8秒、絞りは5.6に固定）、1枚のフィルムに粒子の軌跡と夜光性粉末の流跡線を同時に記録する。

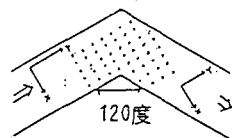


図-1

水路の弯曲部および座標系
(格子状の点は座標を示す)

Akinori KOBAYASI, Motoaki YANO

4 諸量の求め方

(流れの速度成分) フィルムよりえた夜光性粉末の流跡線の両端座標と、シャッタースピードとから求めることができる。(流れの加速度成分) 1枚のフィルムに記録された夜光性粉末の流跡線の一部が、図-2の様に得られたとする。このとき、1, 2, 3の流跡線より求めた速度の平均をA点の速度とし、4, 5, 6の速度の平均をB点の速度とし、その両点の速度成分の差とシャッタースピードとから求めることができる。(流体と粒子の速度差) 粒子の軌跡と流跡線の、始点が一致する場合、その両端座標とシャッタースピードとから求めることができる。

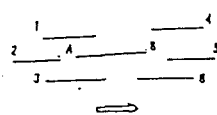
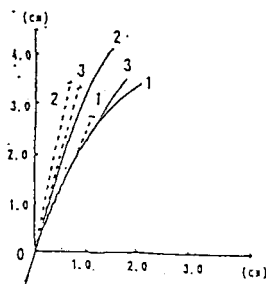


図-2

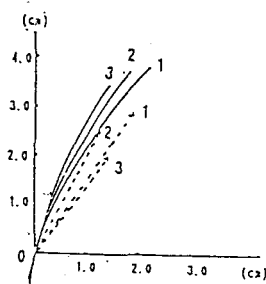
流れの加速度成分の求め方

5 実験結果

(2) 式において、 du_r/dt のX, Y成分の正, 負, および, σ により、 $u_r - u_e$ の各成分の大, 小がきまる。本実験の弯曲流は、 du_r/dt (X-comp) >0 , du_r/dt (Y-comp) <0 であるので、 $\sigma > 1$ の粒子は流線の外側へ、 $\sigma < 1$ の粒子は内側へ輸送されることが予測され、それを図-3に例示する。(図中の縦および横軸は、粒子に関する量を表す。又、点線は粒子の軌跡、実線は流線を表し、同一番号のものが各々対応する。) さらに、実験値と理論値との比較を、表-1に示す。(なお、表中で、添字Tは理論値、Eは実験値を表し、 $u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$ である。又、 $|u_e|_r$ は、(2)式に、 $|u_r|_e$ および、 $|du_r/dt|_e$ を代入して求めた)



$\sigma = 1.03, a = 0.37$ (cm)



$\sigma = 0.98, a = 0.37$ (cm)

図-3

粒子の運動と流れとの比較

表-1
実験値と理論値との比較

$\sigma > 1$

ケース		$ U_p _T$	$ U_p _E$	$ U_p _E$
比値	半径 (cm)	$ U_r _E$	$ U_r _T$	$ U_r _E$
1.05	0.37	0.995	1.065	1.060
	0.32	0.999	1.054	1.053
	0.27	0.997	1.072	1.070
1.03	0.37	1.001	1.069	1.070
	0.32	0.994	1.011	1.006
	0.27	1.001	1.043	1.044

$\sigma < 1$

ケース		$ U_p _T$	$ U_p _E$	$ U_p _E$
比値	半径 (cm)	$ U_r _E$	$ U_r _T$	$ U_r _E$
0.99	0.37	1.000	0.999	0.999
	0.32	1.000	0.986	0.986
	0.27	0.999	0.963	0.962
0.98	0.37	1.001	0.984	0.985
	0.32	1.000	0.953	0.953
	0.27	0.993	0.960	0.959

6 結論

[1] $\sigma > 1$ の粒子は流線の外側へ、 $\sigma < 1$ の粒子は内側へ輸送されることは、実験結果より確認された。

[2] (1) 式の V_0 (各成分)に適切な値を与えることにより、実験値と適合させることができるが、その値は、実験誤差程度であった。さらに、バーセット項を考慮した(3)式による理論値は、(2)式を用いた理論値と比べて、実験値より遠ざかる傾向を示す。以上のことより、弯曲流中の粒子と流体との相対運動は、(2)式で考察できることが示される。

[3] 本実験の弯曲流 (du_r/dt (X-comp) >0 , du_r/dt (Y-comp) <0 , 座標系は、図-1に示す) では、 $\sigma > 1$ の粒子の速さは流速に比べて速くなり、 $\sigma < 1$ の粒子の速さは遅くなるという結果がえられた。

参考文献 M. Yano, S. Umeda: LAG MOTION BETWEEN THE TRACER PARTICLE AND THE FLUID IN FLOW VISUALIZATION - FLOW VISUALIZATION IV (1986)