

浮遊砂を伴う場合の砂面の不安定解析について

京都大学工学部 正 員 中川博次
 京都大学大学院 学生員 後藤仁志

京都大学工学部 正 員 村上正吾
 京都大学大学院 学生員 川上康博

1. まえがき 河床波の発生は移動床流れ系における河床形状、流れ、流砂の特性の相互作用系の不安定現象であると考えられている。従来より多くの研究がなされてきたが、そのほとんどが掃流砂を対象としたものであった。しかし、実際の河川では、掃流砂・浮遊砂の両者が混在しており、それらを統一的に取り扱う必要がある。そこで本研究では掃流砂と浮遊砂の共存する場に対して拡張された流砂の確率モデルを用いて、浮遊砂を伴う場合の砂面の不安定現象の検討を行った。

2. 砂面の不安定解析 いま、砂面を $y(x, t) = a(t) \cdot \sin \{ \kappa(x - U_b t) \}$ (1) のように正弦波で表せるものとする。このとき線形近似が許される範囲 ($a\kappa \ll 1$) では、流砂機構に関するパラメータはすべて次のように書ける。 $\Psi(x, t) = \Psi_0 [1 + r \cdot a(t) \cdot \sin \{ \kappa(x - U_b t) - \phi \}]$ (2) ここに、 r は振幅、 ϕ は位相差であり、以下において、添え字 B, S, T, D, G はそれぞれ、掃流砂量 q_B 浮遊砂量 q_S 、掃流から浮遊への遷移確率密度 p_r 、deposit rate p_d 、掃流砂の流下方向の代表速度 v_g を意味することとする。また添え字 0 は、擾乱の無い状態を意味している。式(2)を q_B, q_S に適用し、式(1)と連続式(3)より、式(4), (5)を得る。

$$(1 - \rho_0) \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (q_B + q_S) = 0 \quad \text{.....(3)}$$

$$\frac{\dot{a}}{a} = - \frac{\kappa}{1 - \rho_0} r_B \cdot q_{B0} \cdot \sin \phi_B [1 + \frac{q_{S0}}{q_{B0}} \frac{r_S}{r_B} \frac{\sin \phi_S}{\sin \phi_B}] \quad \text{.....(4)}$$

$$\kappa U_b = - \frac{1}{1 - \rho_0} r_B \cdot q_{B0} \cdot \cos \phi_B [1 + \frac{q_{S0}}{q_{B0}} \frac{r_S}{r_B} \frac{\cos \phi_S}{\cos \phi_B}] \quad \text{.....(5)}$$

次に、掃流砂量変動と浮遊砂量変動は同じ振幅と位相差を持つ ($r_B = r_S, \phi_B = \phi_S$) として、式(2)で表される流砂機構に関するパラメータを、中川ら¹⁾により Euler 的に理解された掃流砂、浮遊砂に関する非平衡流砂量式に代入すると、

$$r_B = \sqrt{1 + \frac{1}{(\kappa \Lambda_{BS})^2} \left[\left(\frac{\Lambda_{BS}}{\Lambda} r_p \right)^2 + 2 \frac{\Lambda_{BS}}{\Lambda} \frac{p_r \Lambda_{BS}}{v_{g0}} r_D r_G \cos(\phi_D - \phi_G) + \left(\frac{p_r \Lambda_{BS}}{v_{g0}} r_D \right)^2 \right]} \quad \text{.....(6)}$$

$$\sin \phi_B = \frac{(\Lambda_{BS}/\Lambda) r_p (\kappa \Lambda_{BS} \cos \phi_p + \sin \phi_p) + (p_r \Lambda_{BS}/v_{g0}) r_D (\kappa \Lambda_{BS} \cos \phi_D + \sin \phi_D)}{r_B \{1 + (\kappa \Lambda_{BS})^2\}} \quad \text{.....(7)}$$

$$\cos \phi_B = \frac{(\Lambda_{BS}/\Lambda) r_p (\cos \phi_p - \kappa \Lambda_{BS} \sin \phi_p) + (p_r \Lambda_{BS}/v_{g0}) r_D (\cos \phi_D - \kappa \Lambda_{BS} \sin \phi_D)}{r_B \{1 + (\kappa \Lambda_{BS})^2\}} \quad \text{.....(8)}$$

$$r_D = \frac{1}{\sqrt{1 + (\kappa \Lambda_S)^2}} \sqrt{r_B^2 + r_T^2 + r_G^2 + 2 r_B r_T \cos(\phi_B - \phi_T) - 2 r_B r_G \cos(\phi_B - \phi_G) - 2 r_T r_G \cos(\phi_T - \phi_G)} \quad \text{.....(9)}$$

$$\sin \phi_D = \frac{r_B (\cos \phi_B - \kappa \Lambda_S \sin \phi_B) + r_T (\cos \phi_T - \kappa \Lambda_S \sin \phi_T) - r_G (\cos \phi_G - \kappa \Lambda_S \sin \phi_G)}{r_D \{1 + (\kappa \Lambda_S)^2\}} \quad \text{.....(10)}$$

$$\cos \phi_D = \frac{r_B (\kappa \Lambda_S \cos \phi_B + \sin \phi_B) + r_T (\kappa \Lambda_S \cos \phi_T + \sin \phi_T) - r_G (\kappa \Lambda_S \cos \phi_G + \sin \phi_G)}{r_D \{1 + (\kappa \Lambda_S)^2\}} \quad \text{.....(11)}$$

が得られる。ここに、 Λ_B は平均step length ($\Lambda_B = \lambda_B \cdot d$; d : 粒径, λ_B : 比例定数), Λ_S は平均excursion length ($\Lambda_S = \lambda_S \cdot h$; h : 水深, λ_S : 比例定数) である。 Λ_{BS} は遷移を考慮した場合の平均step length であり式(12)で与えられる。

$$\frac{\Lambda_{BS}}{\Lambda_B} = \frac{\lambda_B p_r \theta}{1 + (\lambda_B p_r \theta / (v_{g0} \cdot \tau))} \quad \text{.....(12)}$$

次に、諸量の変動の振幅については、無次元掃流力の変動 $\tau \cdot (x) = \tau \cdot e \{1 + r_{\tau 0} \cdot \sin(\kappa x - \phi_{\tau 0})\}$ (13) の振幅 $r_{\tau 0}$ と関連づけて与えることとする。 p_r の振幅については、中川・辻本の式²⁾を線形化し、式(13)を用いて、式(14)で与える。

Hiroji Nakagawa, Shogo Murakami, Hitoshi Gotoh, & Yasuhiro Kawakami

$$\frac{r_p}{r_{t\theta u}} = \frac{1 + (2k_2/\eta)}{1 - (k_2/\eta)} \quad ; \quad \eta = \tau/\tau_c, k_2 = 0.7 \quad \dots\dots\dots(14)$$

v_g の振幅については、Irregular successive saltation のsimulationより得られる関係 $v_g = 12.5 \tau_c^{1/5}$ (15) を線形化し、式(13)を用いて、 $r_g = r_{t\theta u}/6$ (16)で与える。更に遷移確率密度 p_r の振幅については、近似式(17) (図-1) を線形化し、式(13)を用いて、式(18)で与えることとする。

$$p_r = S_0 \left(\frac{U_*}{w_0} \right)^p \left(1 - \frac{k_3 (U_* / w_0)_0}{U_* / w_0} \right)^q \quad \dots\dots\dots(17)$$

$$r_r = \frac{6 \eta_c^3 p - 6q(p-1) \eta_c^2 + 3q(q-1)(p-2) \eta_c - q(q-1)(q-2)(q-3)}{12 \eta_c^3 (1 - 1/\eta_c)} \quad \dots\dots\dots(18)$$

なお、位相差については、無次元掃流力の位相差と等置して、 $\phi_p = \phi_g = \phi_r = \phi_{t\theta u}$ (19) とする。

砂面の安定性、擾乱の伝播方向は、式(4)、(5)によって決定され、 $a/a' > 0$ のとき砂面波は増幅、 $a/a' < 0$ のとき減衰、 $\kappa U_b > 0$ では上流へ進行、 $\kappa U_b < 0$ では下流へ進行する。

3. 不安定解析の結果 砂面擾乱が不安定となる領域、及びその進行方向を $Fr - \kappa h_0$ 平面で $r=1$ として結果が図-2 である。条件としては粒径 $d=0.01, 0.04$ cm, $\tau_c=1, 10$ の4通りを $h_0/d=100$ として行った。図中の破線は、中川・辻本³⁾による掃流砂のみの場合の領域区分である。この図によると、掃流砂のみが存在する場合 ($d=0.04$ cm, $\tau_c=1.0$)、掃流砂の移動速度を考慮したことによって、中川・辻本³⁾の結果とはやや異なる領域の存在が認められた。また、掃流力が増加すると、浮遊砂の存在により、安定な領域が存在することも認められた。粒径が小さい場合にも同様の傾向が認められた。一方、河床波の進行速度については 図-2 に示されるように、掃流砂のみを考えた場合よりも、上流へ進行する領域の増加が認められた。

4. あとがき 本研究において、掃流砂と浮遊砂の混在する場での不安定解析を行い、 $Fr - \kappa h_0$ 平面での領域区分を示した。これより、浮遊砂の存在を考慮すると、その領域区分が掃流砂のみの場合とは異なる可能性が認められた。今後は、従来の実験値の対応を含め、実験的な検証を行っていく予定である。

《参考文献》1) 中川・辻本・村上・後藤：第42回年次講演会,1987. 2) 中川・辻本：土木学会論文集,1975.
3) Nakagawa, H. and T. Tsujimoto : Proc. ASCE, vol.106,1980.

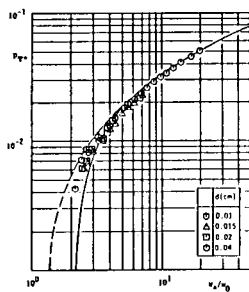


図-1 遷移確率密度

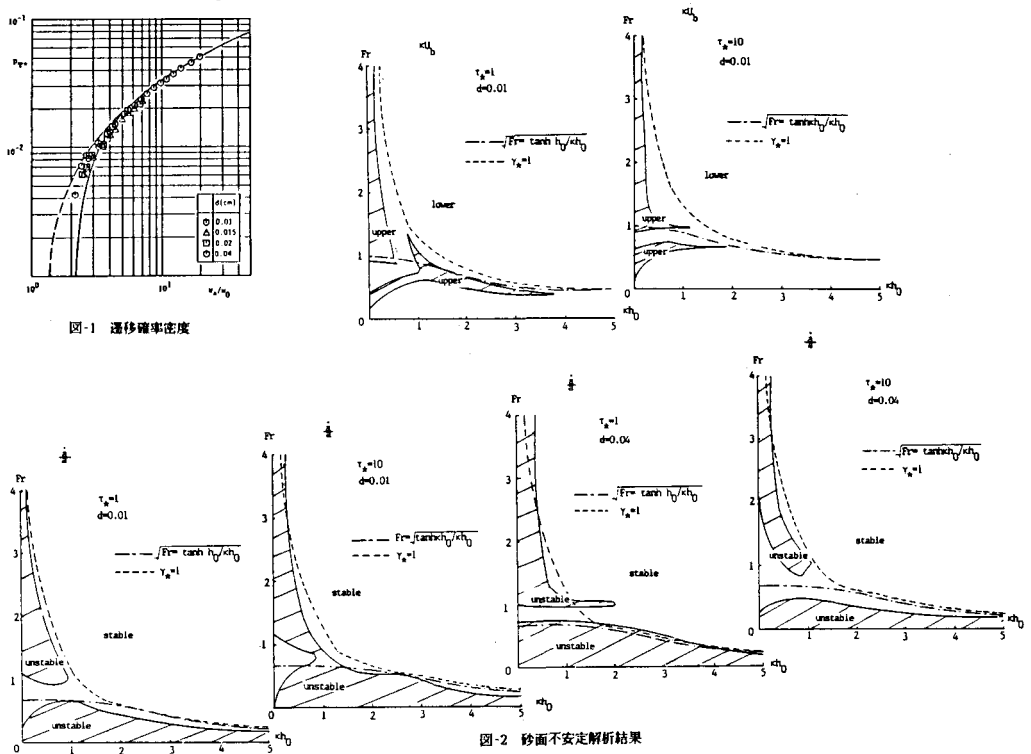


図-2 砂面不安定解析結果