

粒子流における抵抗法則の考察

立命館大学大学院 学生員○米谷 宗一
立命館大学理工学部 正 員 大同 淳之

1. はじめに

土石流の流速分布は、主に 3/2乗則の準ダイラタント型で説明されている。しかし、実験例をみると流速分布には変曲点が存在し、従来のモデルでは説明がなされていない。宮本¹⁾は濃度と粒子衝突に着目し、エネルギー散逸の考察より、非弾性衝突を考慮した構成式の評価をおこなっているが、変曲点の存在の説明は不明瞭となっている。変曲点の存在の説明には濃度分布の考慮が必要であると考えられる。しかし、方程式系が非線形となるため解を得ることは困難である。そこで、濃度分布を考える前提として、濃度一定とした場合の係数を簡略化した構成式より抵抗則を誘導し、流動機構に関する考察を試みた。

2. 構成方程式

粒子流を連続体とみると、その構成方程式は、(1)式のようになると考えられる。

$$\tau_0 = \tau_y + \tau_i + \tau_g \quad \text{----- (1)}$$

ここで、 τ_y は降伏応力、 τ_i は粘性による応力、 τ_g は粒子の衝突に伴う応力である。fig.1を参照にして、各応力の表現を考える。降伏応力は主に粒子間摩擦に起因しているとして、位置 y より上層の粒子群の有効垂直応力 σ_n に比例するものとする²⁾。

$$\tau_y = \mu_k \sigma_n = \mu_k C_s (H - y) (\rho_s - \rho_w) g \cos \theta \quad \text{--- (2)}$$

μ_k は粒子間の動摩擦係数、 ρ_s は粒子密度、 ρ_w は間隙流体の密度、 g は重力加速度である。つぎに、粒子の存在による間隙空間の減少により、みかけの粘性係数が増大すると考えられる。みかけの粘性係数を μ_B とおくと、粘性応力は、

$$\tau_i = \mu_B (du/dy) \quad \text{--- (3)}, \quad \mu_B = \mu_0 (1 - (C_s/C_0)^{1/3})^{-1} \quad \text{--- (4)}$$

と表現できる。 C_0 は最密容積濃度、 C_s は粒子容積濃度、 μ_0 は間隙流体の粘性係数である。相対粘度を μ_r として、三輪-大同式³⁾を用いると、fig.2のように表される。衝突による応力の必要性は、流動に必要な間隙が粒子間の衝突により保持されていると考えられることによる。粒子間衝突によるせん断応力をBagnold⁴⁾にもとずき、

$$\tau_g = a_i (\lambda D)^2 \rho_s (du/dy)^2 \sin \alpha_i \quad \text{----- (5)}$$

とする。 λ は線濃度、 D は粒径、 α_i は粒子の衝突角、 a_i は比例定数で、 $a_i = 0.042$ 、 $\tan \alpha_i = 0.32$ である。ここでは非弾性衝突の効果を考慮していない。それは、衝突効果の評価が困難であり、簡便に現象を説明できる表現をとったからである。したがって、エネルギー散逸は粘性応力で受け持つと考えて、構成式は(6)式となる。

$$\tau_0 = \tau_y + \mu_B (du/dy) + a_i (\lambda D)^2 \rho_s (du/dy)^2 \sin \alpha_i \quad (6)$$

3. 抵抗則の誘導

(6)式で示す内部応力は、fig.1より、任意位置 y で外力とつり合っていないなければならない。(6)式を使って、流速分布 u 、平均流速 u_m 、流体抵抗係数 f_B を計算すると、以下ようになる。 G_s は粒子の比重、 Re_{c0} はレイノルズ数、 u_* は摩擦速度、 τ_* は壁面せん断応力である。 Re_{c0} は混合物が流れる場合 Shuichi Yonetani, Atsuyuki Daido

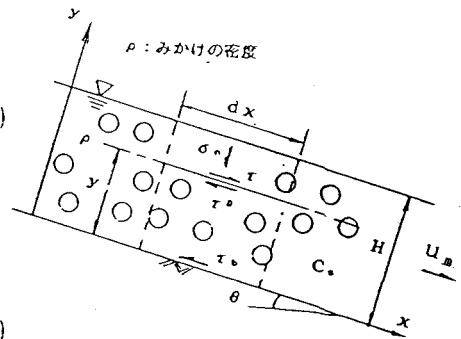


fig. 1 流動モデル

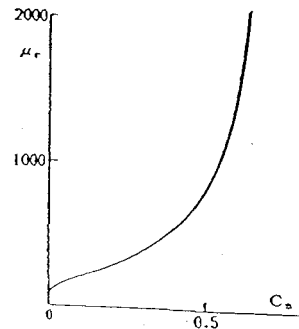


fig. 2 μ_r と C_s の関係

$$\frac{u}{u_s} = \frac{2}{3} A_{ck} \frac{V_s^{3/2} H}{D} \left[1 - \frac{3 B_{ck}}{4 A_{ck}^{1/2} S_e^{3/2} H} \frac{y}{S_e H} - \left(1 - \frac{y}{S_e H} \right)^{3/2} \right] \quad (7)$$

$$f_{-B} = \left(\frac{u_s}{u} \right)^{-2} \left[C_s (G_s - 1) \left(1 - \frac{\mu_k}{\tan \theta} \right) + 1 \right] \quad (8)$$

$$A_{ck} = \frac{C_s (G_s - 1) (\tan \theta - \mu_k) + \tan \theta}{a; \sin \alpha; \lambda^2 G_s \tan \theta}, \quad S_e = \frac{B_{ck}^2}{4 A_{ck}} + 1$$

$$B_{ck} = \frac{1 + C_s (G_s - 1)}{a; \sin \alpha; \lambda^2 G_s R_{e-c}}, \quad u_s = \sqrt{(\tau_b / \rho)}, \quad R_{e-c} = \rho u_s D / \mu_k$$

$$R_{e-c} = \frac{u_s D}{(\mu_k / \rho u)} \left[1 + C_s (G_s - 1) \right] \left[1 - (C_s / C_e)^{1/3} \right] \quad (9)$$

$$\frac{u_s}{u} = \frac{4}{15} A_{ck} \frac{V_s^{5/2} H}{D} \left[\frac{5}{2 S_e} - \frac{15 B_{ck}}{16 A_{ck}^{1/2} S_e^{5/2}} - \left(1 - \left(1 - \frac{1}{S_e} \right)^{5/2} \right) \right] \quad (10)$$

を考えた。流体抵抗係数の計算は次式の定義によっている。

$$\tau_b = \tau_y |_{bed} + f_{-B} \rho u_s^2 \quad \text{-----} (11)$$

4. 考察

椿、橋本ら⁵⁾の実験値をもとに、(7)、(8)式を計算した。fig. 3で、実測値の流速分布は明かに変曲点をもつが、(7)式は変曲点をもたない。これは、濃度分布を一定と仮定したためによると思われる。また、fig. 4においては、レイノルズ数が低いことを考慮すると、流動状況は粘性の領域にあることを示している。つぎに、fig. 3で実験Cの平均濃度を用いて濃度分布を与え、流速分布の計算をおこなってみた。流れの中心付近に流速分布形の曲

率が変化することが認められる。したがって、流れ全体が一様に椿⁵⁾の実験値による $f_{-B} - R_{e-c}$ 関係混合状態にあるとすれば、抵抗則は(7)式となるが、流速分布に変曲点が存在する限り、濃度が一樣ではないことを示すと考えられる。

5. おわりに

粒子流の抵抗則において、濃度を一定とすると、流速分布に変曲点が存在しなくなるため、現実の流れを説明することができなくなる。このため考察において、濃度分布を与えることで、速度分布における変曲点の存在を説明することができるとわかった。今後は、実在の流れを説明するため、実験的考察を通して、流速分布の概形を表現し、基礎式を解くことに努める。

5. 参考文献

- 1) 宮本 邦明: Newton流体を含む粒子流の流動機構に関する研究, 立命館大学学位論文, 昭和60年9月
- 2) 芦田 和男・江頭 進治・佐々木 浩: 斜面崩壊の発生と土石流の流動機構, 京都大学防災研究所年報第30号 B-2, 昭和62年4月, pp. 507-526
- 3) 三輪 浩・大同 淳之: 粒子を含む流体の粘性係数に関する考察, 土木学会第41回年次学術講演会, 昭和61年11月
- 4) Bagnold, R. A: Experiments on a gravity free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under she, Proc. Roy. Soc., A-225, 1954, pp. 49-63
- 5) 椿 東一郎・橋本 晴行・末次 忠司: 土石流における粒子間応力と流動特性, 土木学会論文報告集, 第317号, 1982年1月, pp. 79-91

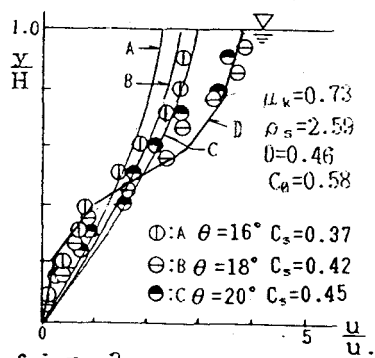


fig. 3
流速分布(7)式と椿⁵⁾の実験値の比較
(D: 濃度分布を与えた速度分布)

