

入力地震動のカルマンフィルタによる推定

京都大学防災研究所 正員 土岐憲三
 京都大学防災研究所 正員 佐藤忠信
 京都大学防災研究所 正員 清野純史
 京都大学大学院 ○学生員 竹内廣高

1. はじめに 耐震解析における入力地震動は、通常震源から伝播経路を経て当該地点に至るまでの情報を基にして設定するが、系の動特性と応答値よりその系に直接入力している地震動を逆推定することも地盤と構造物の接点を取り扱う問題として重要である。本研究では入力としての地震動と出力としての応答を確率過程として捉え、カルマンフィルタを用いて系の動特性と応答波形より入力波形の推定を行った。対象とした系は1自由度線形および非線形バイリニアモデル、そして多点異入力モデルである。

2. 1自由度系構造物の入力地震動の推定

(a) 線形モデルの定式化¹⁾ 式(1)で表される運動方程式に対し、状態変数を $x_1=x$, $x_2=\dot{x}$ とすると状態方程式と観測方程式は式(2), (3)で表される。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\ddot{z} \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{c}{m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ -\ddot{z} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$y = (1 \ 0) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + R \quad (3)$$

(b) バイリニアモデルの定式化 式(4)で表される運動方程式に対しFig.1のように、復元力 $Q(x)$ を $Q(x) = \alpha x + \beta$ とおくと状態方程式は式(5)のようになる。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + Q(x) = -m\ddot{z} \quad (4)$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{\alpha}{m} & -\frac{c}{m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ -\ddot{z} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

観測波形は線形モデルのときと同様、変位波形である。またシミュレーションに用いた入力波形はエルセントロ波形であり、1自由度系モデルの諸元は、線形モデル $m=10.0$, $k=2000.0$, $c=20.0$, バイリニアモデル $m=10.0$, $\alpha=2000.0$, 1000.0 , $c=20.0$, $\delta=1.2$ (単位は (t/sec²/m), (t/m), (t/sec/m), (cm)) とした。Fig. 2は上から順に実際に系に入力した波形、線形モデルにおいて推定された入力波形、バイリニアモデルにおいて推定された入力波形である。このように1自由度系に対しては入力推定に対して良好な結果が得られていることがわかる。

3. 4自由度多点異入力系構造物の入力地震動の推定

Fig. 3に示される多入力モデルの運動方程式は次式で表される。²⁾

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = -[M][K]^{-1}[S]\{\ddot{z}\} + \{D\} - [C][K]^{-1}[S]\{\dot{z}\} \quad (6)$$

ここで $y=x_1$, $\dot{y}=x_2$ とおくと状態方程式は次式のようにになる。

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} [0] \\ -[K]^{-1}[S]\{\ddot{z}\} + [M]^{-1}\{D\} - [C][K]^{-1}[S]\{\dot{z}\} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

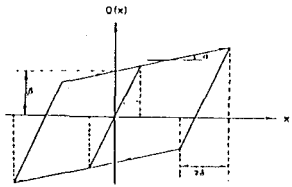
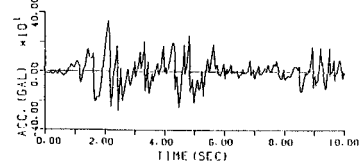
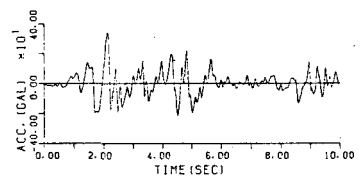


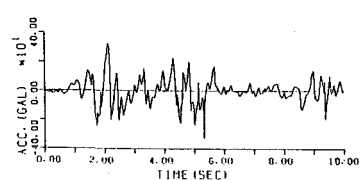
Fig. 1 バイリニアモデル
の履歴特性



実際に入力した加速度



推定された加速度(線形モデル)



推定された加速度(バイリニアモデル)

Fig. 2 実加速度波形と
推定された加速度波形

また観測方程式については応答変位を観測波形とし、全ての質点について観測が得られる場合と質点1と質点4の2つの観測波形しか得られない場合の2通りについて、以下の2式とした。

$$\{y\} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \{z\} + R \quad (8)$$

$$\{y\} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \{z\} + R \quad (9)$$

以上のような定式化のもとで入力波形の推定を行った。

設定した入力波形は入力点1については1自由度モデルと同じであるが、他の入力点については地震動が入力

点1からある分散性を持って伝播すると仮定して求めた

ものである。モデルの諸元はTable1に示した。Fig. 4は上から質点1,2について実際に入力した地震動、全ての観測が得られている場合の推定された入力波形、観測が質点1,4の2つのみであるときの推定された入力波形である。全ての観測波形が得られている場合には良好な結果が得られる。観測波形が十分でない場合、観測の得られている質点については入力の推定が可能であるが、観測の得られていない質点については高周波成分が欠如した形となって推定されている。

4. おわりに 本研究では、シミュレーションモデルに従って、出力とシステムの動特性が既知であるという仮定のもとに入力の推定を行ったが、実際問題ではモデル化の際に構造諸元を何らかの形で与えねばならぬかにこれを正確に決定するかが重要な問題である。

参考文献 1) Ott, N. and Meder, H. G.: The Kalman filter as a Prediction Error Filter, Geophysical Prospecting 20, pp. 549-560, 1970

2) 土岐憲三: 構造物の耐震解析, 土木学会編新体系土木工学11, 技報堂出版, pp171-174

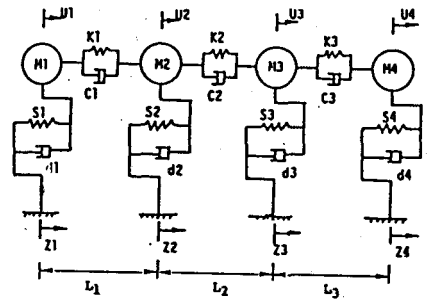


Fig. 3 解析モデル

Table 1 モデルの諸元

	mass1	mass2	mass3	mass4
massal (t/sec ² /m)	4	4	4	10
damping : dl(t/sec/m)	4	2	4	4
spring : sl(t/m)	4000	2000	4000	1000
damping : cl(t/sec/m)		3	3	3
spring : kl(t/m)		2000	2000	2000
L : (m)	100	100	100	

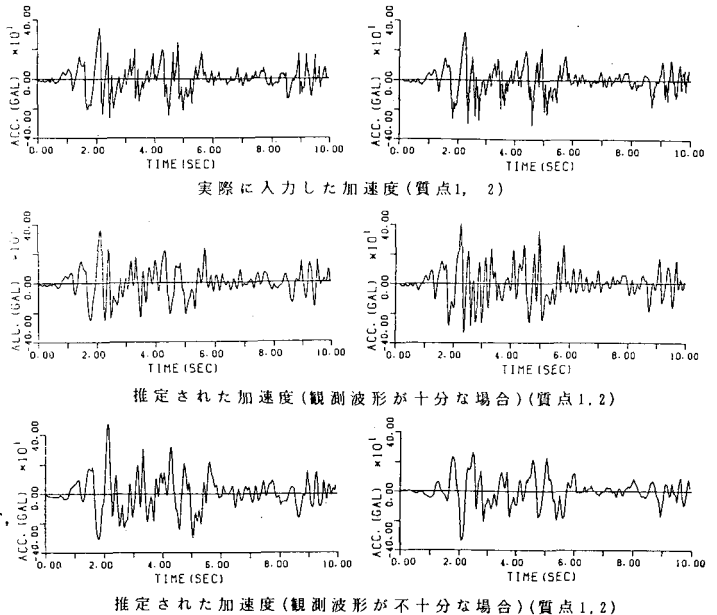


Fig. 4 実加速度波形と推定された加速度波形