

半無限多孔質飽和弾性体内部の鉛直点加振解

舞 鶴 高 専 正会員 ○高谷 富也
神戸大学工学部 正会員 北村 泰寿

1. まえがき 構造物と地下水を含む地盤との動的相互作用問題の解析には、地盤を土粒子骨格と間隙水の連成系とする複合体に対する加振解が必要となる。本研究は、Biotの理論¹⁾に基づいて、地表面まで完全に液体で飽和した半無限多孔質弾性体内部の鉛直点加振力による変位解を求めたものである。

2. 基礎式 多孔質飽和弾性体は、空隙を有する弾性骨格と空隙を完全に満たす圧縮性の液体で構成されているものとする(以下、複合体と呼ぶ)。図-1の直角座標系(x, y, z)において、弾性骨格と液体の相互作用を考慮した複合体の応力-ひずみ関係と運動方程式は次式のように表わされる¹⁾。

$$\sigma_{ij} = 2\mu e_{ij} + (\lambda e + Q\varepsilon) \delta_{ij} \quad \dots\dots(1) \quad \sigma_p = Qe + R\varepsilon \quad \dots\dots(2)$$

$$\rho_{11}\ddot{\mathbf{u}} + \rho_{12}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{b}(\dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{U}}) = \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \text{grad} \{ (\lambda + \mu) e + Q\varepsilon \} \quad \dots\dots(3)$$

$$\rho_{12}\ddot{\mathbf{u}} + \rho_{22}\ddot{\mathbf{U}} - \mathbf{b}(\dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{U}}) = \text{grad} \{ Qe + R\varepsilon \} \quad \dots\dots(4)$$

ここで、 σ_{ij} , e_{ij} ($i, j=x, y, z$)は弾性骨格の応力およびひずみ成分、 σ_p は液体の応力、 $\mathbf{u}$, $\mathbf{e}$ は弾性骨格の変位ベクトルと体積ひずみ、 $\mathbf{U}$, ε は液体の変位ベクトルと体積ひずみ、 λ , μ は複合体のラーメの定数、 $\mathbf{b}$ は液体の粘性による減衰係数、 Q は弾性骨格と液体の連成弾性係数、 R は液体の圧縮剛性に関する係数、 δ_{ij} はクロネッカーの記号である。また、 ρ_{11} , ρ_{22} は弾性骨格および液体の有効密度、 ρ_{12} は質量連成係数で、複合体の密度を ρ とすると、 $\rho = \rho_{11} + 2\rho_{12} + \rho_{22}$ であるとする。弾性骨格および液体の変位ベクトルをスカラー・ポテンシャル、ベクトル・ポテンシャルを用いて表わし、フーリエ変換を導入するとともに、文献2)の伝達マトリックス法に基づく方法を適用して変位解を誘導する。紙面の都合上、図-1の鉛直点加振力に対する変位解の誘導と鉛直変位解の式内容の詳細は、これらを取り扱った文献3)に譲り、ここでは骨格の水平変位 u_r のみを示しておく。

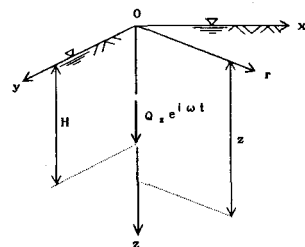


図-1 鉛直点加振力

$$u_r = \frac{Q_z}{4\pi\mu} \int_0^\infty \frac{\kappa^2 U_r(\kappa)}{\Theta F(\kappa)} J_1(\kappa r) d\kappa \quad \dots\dots(5)$$

ただし、

$$U_r(\kappa) = B_2 \{ -4\beta_1\beta_3 (2\kappa^2 B_1 \Psi_{12} + \Omega \Psi_{13}) + 4\kappa^2 \beta_3 (\beta_1 B_2 \Delta_1^+ + \beta_2 B_1 \Delta_1^-) + \Lambda \Omega \Delta_1^- \} \\ - B_1 \{ 4\beta_2\beta_3 (2\kappa^2 B_2 \Psi_{21} - \Omega \Psi_{23}) - 4\kappa^2 \beta_3 (\beta_1 B_2 \Delta_2^- + \beta_2 B_1 \Delta_2^+) + \Lambda \Omega \Delta_2^- \} \\ - (B_2 - B_1) \{ 4\kappa^2 \Lambda (B_2 \Delta_{31} - B_1 \Delta_{32}) - \Lambda L \Delta_3^+ + 4\kappa^2 \beta_3 (\beta_1 B_2 - \beta_2 B_1) \Delta_3^- \} \\ \Delta_k^+ = \exp(-(z+h)\beta_k) \pm \exp(\pm(z-h)\beta_k), \quad \Delta_k^- = \exp(-(z+h)\beta_k) \mp \exp(\pm(z-h)\beta_k)$$

$$\Psi_{ij} = \exp(-h\beta_i) \cdot \exp(-z\beta_j) \quad (i, j, k=1, 2, 3)$$

$$\Theta = (2\kappa^2 - L_2) B_1 - (2\kappa^2 - L_1) B_2, \quad \Omega = L_1 B_2 - L_2 B_1, \quad \Lambda = \beta_3^2 + \kappa^2$$

$$F(\kappa) = \Lambda^2 (B_2 - B_1) - 4\kappa^2 \beta_3 (\beta_1 B_2 - \beta_2 B_1) \quad (\text{Rayleigh関数})$$

ここで、 Q_z は鉛直点加振力の振幅、 β_1 , β_2 , β_3 , B_1 , B_2 , L_1 , L_2 は波数 κ の関数であり、これらの詳細については文献3)に譲る。また、 $J_1(\cdot)$ は第1次のBessel関数であり、上式中の複号(±, ∓)はそれぞれ載荷面より上の部分および下の部分に対応していることを表わす。

3. 数値計算結果とその考察 本研究では、Halpern⁴⁾の論文で用いられている諸弾性定数、密度等の数値を流用する。

$$\mu = 98 \text{ MPa}, \quad \lambda = 432 \text{ MPa}, \quad Q = 280 \text{ MPa}, \quad R = 274 \text{ MPa}, \quad \nu = 0.3 \text{ (ポアソン比)},$$

$$f = 0.48 \text{ (複合体の間隙率)}, \quad \rho_s = 2.67 \text{ g/cm}^3 \text{ (弾性骨格の密度)}, \quad \rho_f = 1.0 \text{ g/cm}^3 \text{ (液体の密度)}$$

上記の ρ_s , ρ_f は素材としての密度であり、有効密度 ρ_{11} , ρ_{22} および質量連成係数 ρ_{12} との関係は次式で表わされる⁵⁾。

Tomiya TAKATANI, Yasutoshi KITAMURA

$$\rho_{11} + \rho_{12} = (1 - f) \rho_s, \quad \rho_{12} + \rho_{22} = f \rho_f \quad \dots\dots(6)$$

また、 ρ_{12} は仮定の密度で、負の値をとる。ここでは、 $\rho_{12} = -(0.0 \sim 0.15) \rho$ の範囲の値に仮定する。次に、ダルシー則を用いて液体の粘性による減衰係数 b を次式に示すような無次元化量に書き換えておく^{4), 5)}。

$$b / (\omega \rho_s) = f^2 (\rho_f / \rho_s) / (\alpha K_\theta) \quad \dots\dots(7)$$

ここに、 $\alpha = \omega r / V_s$ (無次元加振振動数)、 $K_\theta = k V_s / g r$ (無次元透水係数)、 k は透水係数、 g は重力の加速度、 ω は円振動数、 V_s は横波の伝播速度である。なお、本研究では、 $K_\theta = 10 \sim 10^{-4}$ なる範囲の値を用いる。数値計算例として、受振点の水平距離および深さを $r/H = z/H = 1$ に固定し、無次元加振振動数 $\alpha = 0.0 \sim 20.0$ の範囲における弾性骨格の水平変位 u_r を次式に示すような無次元係数項 $f_1 + i f_2$ の絶対値および偏角を用いて図示する。

$$u_r = \frac{Q_2}{2\pi \mu r} \sqrt{f_1^2 + f_2^2} e^{i \phi_f} \quad \dots\dots(8)$$

ただし、偏角 $\phi_f = \tan^{-1} (f_2 / f_1)$ である。

図-2は質量連成係数を $\rho_{12} = 0$ として、液体の粘性による減衰(すなわち、無次元透水係数 K_θ) が骨格の水平変位に及ぼす影響に調べたものである。なお、同図にはポアソン比 $\nu = 0.3$ の通常の弾性体の水平変位も併せて図示してある。同図より、無次元透水係数 K_θ の値によって傾向は異なるが、間隙水の存在が変位に及ぼす影響は顕著である。一方、図-3は、質量連成係数 ρ_{12} が弾性骨格の変位に及ぼす影響について無次元透水係数 $K_\theta = 10$ および 10^{-4} の2つの場合について調べたものである。同図より、減衰が大きくなれば($K_\theta = 10^{-4}$)、 ρ_{12} の影響は全く見られない。これは、減衰が大きくなることによって弾性骨格と液体が同一運動をするようになり、質量連成項は相対的に寄与しなくなるものと考えられる。

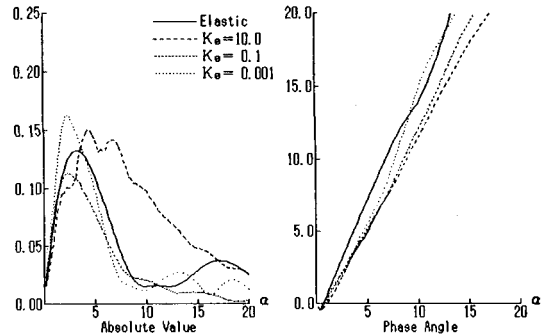


図-2 K_θ による水平変位への影響 ($\rho_{12} = 0$)

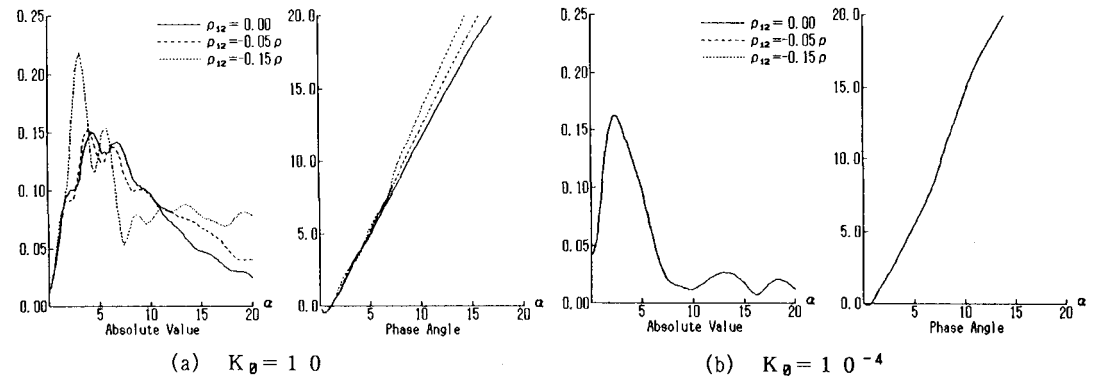


図-3 ρ_{12} による水平変位への影響

4. あとがき 本研究では、半無限多孔質弾性体内部の鉛直点加振力による弾性骨格の水平変位解および数値計算例について図示したが、鉛直点加振力による弾性骨格および液体の鉛直変位については文献3)に示してある。

- 参考文献 1)Biot, M.A. : J. Acoust. Soc. Am., Vol.2, pp.168~178, 1956. 2)高谷、北村、桜井：土木学会論文集、第362号、pp.363~369, 1985. 3)高谷、北村：土木学会論文集、第404号、1989.
4)Halpern, M.R., Christiano, P. : Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech., Vol.10, pp.609~632, 1986.
5)小堀、立川：日本建築学会論文報告集、第220号、pp.47~53, 1974.