

地表面点加振による地中変位解への鞍部点法の適用

神戸大学 正 北村 泰寿 前田建設工業 正 上馬場 靖
奈良県 正〇安井 広之

1. まえがき

半無限弾性体の表面点加振問題は、Lambの論文以来多くの研究者によって取り上げられている。一般に、波動論に基づいて誘導される加振解は波数に関する無限積分で表われ、積分路上にレイリー極と分岐点を有するため、加振解の評価は難解である。本研究では、三次元点加振解に対して設定される複素周回積分路に最急降下路をとり、鞍部点、分岐線および極からの寄与の和によって解の評価を行う。

2. 点加振解と積分の評価

本報では、紙面の都合上、上下点加振力による上下変位を例にとりて鞍部点法の適用を示す。図-1に示す座標系において、 x, y 平面を地表面とすると、原点に作用する点加振力 $P \exp(i\omega t)$ による変位 w は次式で与えられる。

$$w = - \frac{P \kappa \exp(i\omega t)}{2\pi \mu} W$$

$$W = \int_0^\infty \frac{\xi \alpha (1-2\xi^2) \exp(-b\alpha) + 2\xi^3 \alpha \exp(-b\beta)}{F(\xi)} J_0(\xi a) d\xi \quad (1)$$

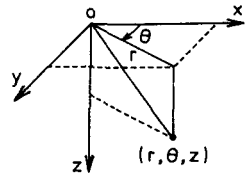


図-1 座標系

ただし、 $F(\xi) = (2\xi^2 - 1)^2 - 4\xi^2 \alpha \beta$, $\alpha^2 = \xi^2 - \gamma^2$, $\beta^2 = \xi^2 - 1$, $\gamma = \sqrt{(1-2\nu)/2(1-\nu)}$,
 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\kappa = \omega/V_s$, $a = \omega r/V_s$, $b = \omega z/V_s$, $i = \sqrt{-1}$

また、 ω は加振円振動数、 V_s は横波の伝播速度、 μ はせん断弾性係数、 ν はポアソン比、 $J_0(\)$ は0次のベッセル関数である。いま、ベッセル関数をハンケル関数表示し、無次元振動数 a が十分大きい場合におけるハンケル関数の漸近表示を用いれば、式(1)は次式のように書き換えられる。

$$W = \frac{1}{\sqrt{2\pi a}} \exp(-i\pi/4) \left\{ \int_{-\infty}^\infty \frac{\chi_1(\xi)}{F(\xi)} \exp\{\alpha f_1(\xi)\} d\xi + \int_{-\infty}^\infty \frac{\chi_2(\xi)}{F(\xi)} \exp\{\alpha f_2(\xi)\} d\xi \right\} \quad (2)$$

ただし、 $\chi_1(\xi) = \xi^{1/2} \alpha (1-2\xi^2)$, $\chi_2(\xi) = 2\xi^{5/2} \alpha$,

$$f_1(\xi) = i\xi - \alpha b/\alpha, \quad f_2(\xi) = i\xi - \beta b/\alpha$$

つぎに、式(2)の積分に対して、変数 ξ を複素変数 $\xi = \xi + i\eta$ に変換する。このとき、文献1)に採用されている方法を参照して、第1項に対する最終的な積分路は図-2のように設定される。また、第2項についても同様の積分路が設定できる。これらの積分路より、鞍部点、分岐線、極の寄与が以下のように得られる。

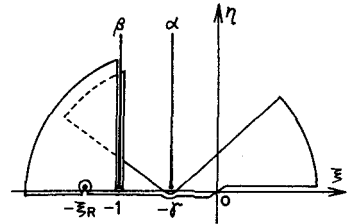


図-2 第1項の積分路

(1) 鞍部点寄与

$$W_1 = \frac{b}{\alpha c} \left\{ \gamma^{1/2} \frac{\chi_1(\xi_1)}{F(\xi_1)} \exp(-i\gamma c) + \frac{\chi_2(\xi_2)}{F(\xi_2)} \exp(-i c) \right\} \quad (3)$$

ここに、 $c = \sqrt{\alpha^2 + b^2}$, また ξ_1 , ξ_2 はそれぞれ $f_1(\xi)$, $f_2(\xi)$ から求まる鞍部点である。

(2) 分岐線寄与 [文献1)の近似化を利用]

$$W_2 = - \frac{4i(1-\gamma^2)^{7/4}}{\alpha^2} \{ \sqrt{1-\gamma^2} - i b/\alpha \}^{-3/2} \exp\{\alpha f_1(-1)\} + \frac{2i\gamma^3(\gamma^2-1)^{3/4}}{\alpha^2(2\gamma^2-1)^2} \cdot \{ \sqrt{\gamma^2-1} - i\gamma b/\alpha \}^{-3/2} \exp\{\alpha f_2(-\gamma)\} \quad (4)$$

(3) レイリー極寄与

$$W_3 = \frac{i\sqrt{2\pi}}{\sqrt{\alpha}} \exp(-i\pi/4) \left\{ \frac{\chi_1(-\xi_R)}{F'(-\xi_R)} \exp\{\alpha f_1(-\xi_R)\} + \frac{\chi_2(-\xi_R)}{F'(-\xi_R)} \exp\{\alpha f_2(-\xi_R)\} \right\} \quad (5)$$

ここで、 $F'(\xi) = dF(\xi)/d\xi$ 、また $-\xi_R$ はレイリー極の値である。

以上より、上下変位の無次元変位係数 W (式(1)) の近似式は次式のように得られる。

$$W = W_1 + W_2 + W_3 \quad (6)$$

式(3),(4)より、 W_1 および W_2 は、 b (深さ) を一定とすれば、 $\alpha \rightarrow$ 大 (遠点) で r^2 に逆比例する形となっている。一方、式(5)より、 W_3 は b に関係なく $\sqrt{r}$ に逆比例する。これより、極寄与は表面波成分、鞍部点および分岐線寄与は実体波成分を表わしている。

3. 直接数値積分との比較

式(1)の無限積分を直接数値積分して、式(6)の近似解と比較したものが図-3、4である。図-3より、 α ($=\omega r/V_s$) が大きくなるとともに近似解の適合性がよくなっている。近似解の適用下限を一概に決めることはできないが、ここでは $\alpha=30$ 前後と考えると、図-4に深さ方向への近似解の適合性を調べた。同図より、 b ($=\omega z/V_s$) が大きくなるとともに多少適合性が悪くなる傾向となっている。遠点 ($\alpha \rightarrow$ 大) では、極寄与は鞍部点および分岐線の寄与よりも大きい、式(3)の形より鞍部点寄与の割合は深さ (b) に依存しており、これが図-4に示す近似解の適合性に影響しているものと考えられる。

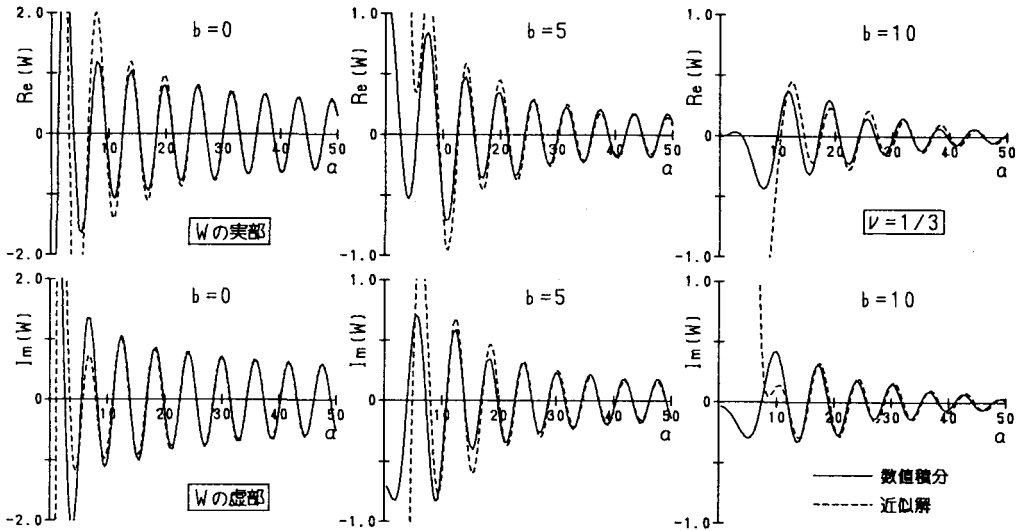


図-3 無次元変位係数 W の水平方向への変化

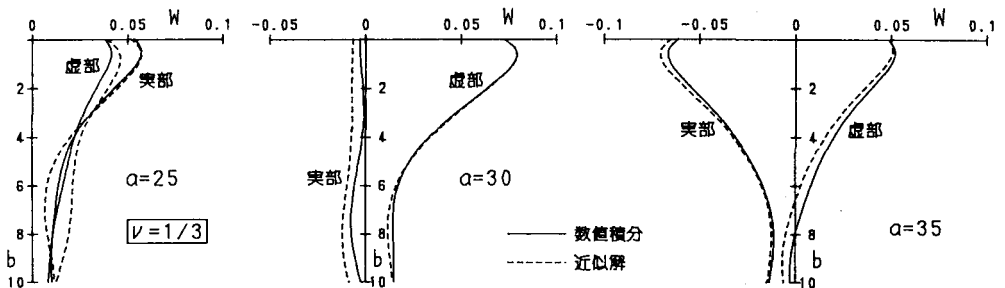


図-4 無次元変位係数 W の深さ方向への変化

参考文献 1) 生方：鉄道技術研究所報告，No.808，1972.