

時間域積分方程式法による3次元クラックの動的解析

京都大学工学部	正員	小林	昭一
京都大学工学部	正員	西村	直志
建設省	正員	○ 奥村	康博

1. まえがき

近年、積分方程式法が、境界値問題に於て有力な数値解析法として、多くの分野で注目を浴びている。その特長の一つとして、他の数値解析手法（差分法、有限要素法等）に比べて、無限領域の取り扱いが容易であるという点が挙げられる。その性質を利用して、本研究では、時間域を考慮にいたした積分方程式法により、3次元の無限等方弾性体中の円形平面クラックに、弾性波（P波）が垂直に入射したとき、時間の経過に伴う開口変位の様子を数値解析で求める。

2. 積分方程式法による定式化

無限弾性体中のクラックSの満足する積分方程式は、

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = T_{jk} u_k^I(\underline{x}, t) + Pf \int_0^t \int_S T_{jk} \Gamma_{ia}(\underline{x} - \underline{y}, t-s) \phi_i(\underline{y}, s) dS_y ds \\ \underline{x} \in S \end{array} \right. \quad (1)$$

但し、

T : 変位に作用させるとトラクションになるテンソル

Γ : 二重層核 ϕ : 開口変位 u^I : 入射波

しかしこの式は特異性が強すぎ、そのままでは数値解析には不适当であるため、ここでは応力関数¹⁾を用いた方法により正則化を行う。これにより、可積分のオーダーまで特異性を落とすことができる。

入射波 u^I は、

$$u_k^I = \delta_{i3} P_0 (Gt - x_3) H(Gt - x_3) / (\lambda + 2\mu)$$

H : Heavisideのステップ関数

P_0 : 振幅 λ, μ : Lamé定数

で表される。

これとSが平面であることから、積分方程式(1)の第2項は、次式のように書かれる。

$$\begin{aligned} & \left(\int_0^t \int_S T_{ij} \phi dS_y ds \right)_j \\ = & -Pf \int_0^t \int_S \Phi_{333r}^{**}(\underline{x}, \underline{y}, t-s) e_{ijb} \frac{\partial}{\partial y_j} \left(e_{bkr} \frac{\partial}{\partial y_k} \phi_3(\underline{y}, s) \right) dS_y ds \\ & + \int_0^t \int_S \bar{\Psi}_{3333}^{*}(\underline{x}, \underline{y}, t-s) \dot{\phi}_3(\underline{y}, s) dS_y ds \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、

$$\Phi_{333r}^{**}(\underline{x}, \underline{y}, s) = -\frac{\mu G^2}{4\pi(\lambda + \mu)} \left\{ 2\lambda \delta_{ij} \delta_{rk} + (\lambda + 2\mu)(\delta_{ik} \delta_{aj} + \delta_{ia} \delta_{jk}) \right\} \cdot$$

Shoichi KOBAYASHI, Naoshi NISHIMURA, Yasuhiho OKUMURA

$$\begin{aligned}
 & \cdot \left\{ \frac{\bar{x}_i \bar{x}_j}{R^3} \left(\frac{\delta(t-R/G)}{G^2} - \frac{\delta(t-R/G)}{C^2} \right) - \frac{t(R\delta_{ij} - 3\bar{x}_i \bar{x}_j)}{R^5} \left[H\left(t-\frac{R}{G}\right) - H\left(t-\frac{R}{C}\right) \right] \right\} \\
 \bar{\psi}_{3333}^*(\bar{x}, \bar{y}, s) = & -\frac{1}{4\pi(\lambda+\mu)} \left\{ \frac{\mu}{G^2} (\lambda+\mu) \frac{1}{R} \left[\frac{G^2}{G^2} \delta\left(t-\frac{R}{G}\right) - \frac{G^2}{C^2} \delta\left(t-\frac{R}{C}\right) \right] \right. \\
 & - \frac{\lambda^2}{R} \left(\frac{\delta(t-R/G)}{G^2} - \frac{\delta(t-R/G)}{C^2} \right) \\
 & \left. + t \frac{4\mu(\lambda+\mu)}{R^3} \left(H\left(t-\frac{R}{G}\right) - H\left(t-\frac{R}{C}\right) \right) \right\}
 \end{aligned}$$

但し、

C_L, C_T : それぞれ、P波、S波の波速

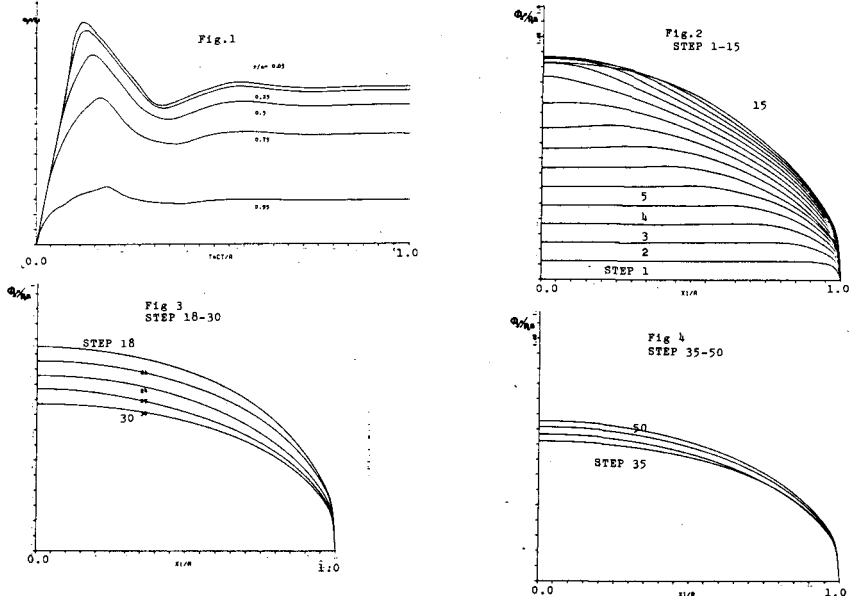
3. 数値解析法及び解析例

式(2)は、円形平面クラックS上で面積分する必要がある。ここでは、円をリング状の幾つかの要素に分割し、要素内では開口変位が一定であるとする。これはこの問題の場合、開口変位は θ に依存せず、半径 r のみによって考えられるからである。また時間方向の積分には、線形補間を使用する。

計算はポアソン比が0.2の場合について、Sを20分割し、100時間ステップまで行った。(1時間ステップ= $a/(10 \cdot c \cdot t)$)、 a :クラックの半径)

Fig. 1は、各部分の開口変位の時間的な経過について表したものである。振動を繰り返しながら、定常状態に近づいていることが分かる。

Fig. 2-4は、各時間ステップにおけるクラックの断面を表している。Fig. 2ではほぼS波の速度でtipからの影響が伝わってきている事が分かる。



参考文献 1) 西村 直志, 小林 昭一:「弾性学に於ける二重層ポテンシャルの正則化について」境界要素法論文集第4巻 pp.49-54 (1987)