

不等曲げを受ける変断面I型ばりの弾塑性有限変位解析

関西大学工学部 正会員 米澤 博

関西大学工学部 正会員 堂垣正博

関西大学大学院 学生員○泉谷 努

鶴 奥 村 組 政岡利一

1. まえがき 通常、鋼構造部材として用いられるはり-柱部材には水平や鉛直方向の初期たわみ、初期ねじりおよび残留応力などの種々の不整が含まれる。近年、これらの初期不整を考慮した部材の弾塑性有限変位解析が盛んに行われ、その終局強度が明確にされるようになってきた¹⁾。ところで、材軸方向に曲げモーメントが変化する場合、モーメントの大きさに対応して断面を変化させたテーパ付き部材が用いられる。しかし、この種の部材に対する弾塑性有限変位の研究は等断面ばりに比較して少ないようである。ここでは、両端に大きさの異なる曲げモーメントが作用するテーパ付き二軸対称薄肉I型断面部材を対象に、水平方向の初期たわみや残留応力を考慮し、ひずみに二次の非線形項を含んだ弾塑性有限変位解析からその強度を明らかにする。数値解析に差分法を適用し、修正Newton-Raphson法により非線形解を求める。左右端に作用する曲げモーメントの比や左右端での腹板高の比が非線形挙動や終局強度に及ぼす影響を調べる。

2. 基礎式 長さ l 、フランジの幅と厚さがそれぞれ b_f, t_f で、厚さ t_w の腹板の高さが左端から右端へ b_0 から b_1 ($b_1 < b_0$) に直線的に変化するテーパ付きI型ばりを解析の対象とする。そのはりの両端には大きさの異なる強軸回りの曲げモーメントが作用する。解析上、次の仮定を設ける。1) 部材は完全弾塑性体で、ひずみ硬化は生じない。2) フランジおよび腹板の局部座屈は生じない。3) 横断面の寸法に比べ、はり十分に長いものとし、せん断変形による付加変位は無視できる。4) 塑性化に伴うせん断中心の移動は無視できる。5) 板厚は十分に薄いものとする。なお、座標系にははりの左端断面の図心Oを原点とし、断面の図心軸を x 軸に、断面の主軸を y, z 軸に選ぶ右手系の直交座標系を用いる。

ところで、強軸回りの曲げモーメントがテーパ付き部材に作用して横ねじれ座屈する場合、弾塑性有限変位場のつり合い式をはりに含まれる初期不整とひずみに二次の高次項を考慮し、Lin, Massonnetの方法に従って仮想仕事の原理から誘導すると、次式を得る。

$$EAu_{,xx} + EA_x u_{,x} = - \{ N_x^e, x - (EAu_{,x}), x \} + N_x^p, x \quad \dots (1)$$

$$\begin{aligned} EI_z \bar{v}_{,xxxx} + 2EI_{z,x} \bar{v}_{,xxx} + EI_{z,xx} \bar{v}_{,xx} \\ = EI_z v_{0,xxxx} + 2EI_{z,x} v_{0,xxx} + EI_{z,xx} v_{0,xx} - M_z^p, xx - (M_y^e - M_y^p) \bar{\phi}_{,xx} \\ - (M_y^e, x - M_y^p, x) \bar{\phi}_{,x} + (N_x^e - N_x^p) \bar{v}_{,xx} \end{aligned} \quad \dots (2)$$

$$\begin{aligned} EI_y \bar{w}_{,xxxx} + 2EI_{y,x} \bar{w}_{,xxx} + EI_{y,xx} \bar{w}_{,xx} \\ = EI_y w_{0,xxxx} + 2EI_{y,x} w_{0,xxx} + EI_{y,xx} w_{0,xx} - M_y^p, xx + (M_z^e - M_z^p) \bar{\phi}_{,xx} \\ + (M_z^e, x - M_z^p, x) \bar{\phi}_{,x} + (N_x^e - N_x^p) \bar{w}_{,xx} \end{aligned} \quad \dots (3)$$

$$\begin{aligned} GJ \bar{\phi}_{,xx} + GJ_x \bar{\phi}_{,x} - EI_w \bar{\phi}_{,xxxx} - 2EI_{w,x} \bar{\phi}_{,xxx} - EI_{w,xx} \bar{\phi}_{,xx} \\ = GJ \phi_{0,xx} + GJ_x \phi_{0,x} - EI_w \phi_{0,xxxx} - 2EI_{w,x} \phi_{0,xxx} - EI_{w,xx} \phi_{0,xx} + M_x^p, x \\ - (M_z^e - M_z^p) \bar{w}_{,xx} - (M_z^e, x - M_z^p, x) \bar{w}_{,x} \\ + (M_y^e - M_y^p) \bar{v}_{,xx} + (M_y^e, x - M_y^p, x) \bar{v}_{,x} - (I_{cp}/A) (N_x^e - N_x^p) \bar{\phi}_{,xx} \end{aligned} \quad \dots (4)$$

ここに、 u は部材軸方向の変位、 $\bar{v}, \bar{w}, \bar{\phi}$ はそれぞれ鉛直、水平方向の全変位と全ねじり角で、初期たわみ v_0, w_0, ϕ_0 と荷重による変位の和で与えられる。 N_x, M_y, M_z, M_x はそれぞれ軸力、 y および z 軸回りの曲げモーメントおよびねじりモーメントである。断面力に付けられた上添字 e, p はそれぞれ弾塑性状態にある部材を弾性のままに仮定して求められる断面力と、弾塑性域での真の断面力を求めるため、弾性の断面力を修正するための仮想的な断面力を示す。仮想断面力は弾性状態を仮定して得られる応力を von Misesの降

Hiroshi YONEZAWA, Masahiro DOGAKI, Tsutomu IZUTANI and Toshikazu MASAOKA

伏判定式に代入し、等価応力が降伏点応力 σ_y を超過した場合、その超過量を塑性化している断面全体にわたって数値積分することにより求められる。Aは部材の断面積、 I_y 、 I_z はそれぞれ y および z 軸回りの断面二次モーメント、J は St. Venant のねじり定数、 I_w はそのねじり定数、 I_{cp} はせん断中心に関する断面二次極モーメント、E は縦弾性係数、G はせん断弾性係数である。ただし、コンマに続く下添字はそれに関する微分を表し、例えば $u_{,x} = du/dx$ である。

変断面のはりは水平と鉛直方向に単純支持され、そり拘束されていないものとする。また、はりの両端で大きさの異なる曲げモーメントを受けるものとするれば、境界条件は次のようになる。すなわち

$$x=0: \quad u=0, \quad \bar{v}=v_0, \quad \bar{v}_{,x}-v_{0,x}=\theta_{z0}, \quad \bar{w}=w_0, \quad M_y=0, \quad \bar{\phi}=\phi_0, \quad M_w=0 \quad \dots (5)$$

$$x=l: \quad N_x=0, \quad \bar{v}=v_0, \quad \bar{v}_{,x}-v_{0,x}=\theta_{z1}, \quad \bar{w}=w_0, \quad M_y=0, \quad \bar{\phi}=\phi_0, \quad M_w=0 \quad \dots (6)$$

$$M_{z1} = \beta M_{z0} \quad \dots (7)$$

である。ただし、両端で大きさの異なる曲げモーメントが作用する場合、左端と右端のたわみ角 θ_{z0} 、 θ_{z1} を個々に与えると、様々な曲げモーメントの組み合わせを系統的に扱うことが難しい。したがって、ここでは右端のたわみ角 θ_{z1} を未知量とし、右端と左端の曲げモーメントの比 β の条件 (7) を追加する。

多元連立の非線形方程式に差分法を適用し、多元連立代数方程式を修正 Newton-Raphson 法で解く。

3. 数値解析結果 種々の分割数に対する差分解の精度を調べた結果、材軸方向に18分割すれば、十分な精度で解の得られることが分かった。また、断面内の塑性化を判定するために必要な断面内の分割数は腹板およびフランジとも10分割でよいことが分かった。以下の計算において、半波の正弦波の水平方向初期たわみと溶接ばりで一般に用いられる分布形の残留応力を仮定した。鋼材として SM41 を扱い、 $\sigma_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$ 、 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ とした。

テーパ付きの I 型ばりが両端で大きさの異なる曲げモーメントを受ける場合を解析する前に、両端に大きさの等しい曲げモーメントが作用する等断面ばりの終局強度曲線を示し、本解析結果の妥当性を検討する。図-1 に示すように、等曲げを受ける等断面ばりの終局強度曲線は実線で与えられる。図中、システム係数が $n=1$ と 2 の ECCS の強度曲線と Euler 曲線も示した。ここに、横軸ははりの横ねじれの座屈パラメータ $\lambda_b = \sqrt{M_{pz0} / (C_{b1} C_w M_{cr})}$ 、 M_{cr} は弾性座屈モーメント $[(\pi/l) \sqrt{EI_{yo} (GJ_0 + \pi^2 EI_w) / l^2}]$ 、 M_{pz0} は左端の断面に対応する z 軸回りの全塑性モーメントである。 C_{b1} 、 C_w はそれぞれ不等曲げを受けるはりおよびテーパ付きはりを等曲げを受ける等断面ばりに置換するための修正係数で、 $C_{b1} = 1.75 - 1.05\beta + 0.3\beta^2$ 、 $C_w = 0.6 + 0.4b_1/b_0$ を用いた。本解析法によれば、曲げを受ける等断面ばりの終局強度曲線は $n=2$ の ECCS 曲線に近い結果を与える。

次に、等断面ばりの両端に大きさの異なる曲げモーメントが作用する場合、その終局強度曲線は図-2 のようになる。上述の修正係数を用いても完全に等曲げのはりに置換できず、より精度の良い修正係数を考える必要がある。

なお、テーパ付きで、はりの両端に大きさの異なる曲げが作用する場合の結果については講演会当日に述べる。

参考文献：1) 土木学会編：座屈設計ガイドライン，1987。

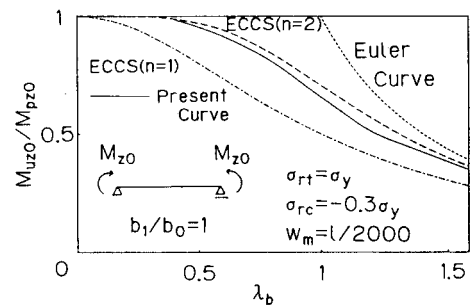


図-1

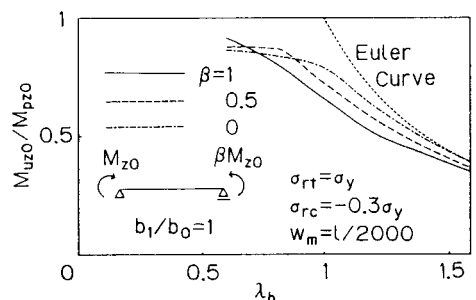


図-2