

## 弾塑性断面モデルの開発に関する研究

京都大学大学院 学生員 ○北原武嗣  
 京都大学工学部 正員 渡辺英一  
 京都大学工学部 正員 杉浦邦征

1.はじめに コンピュータの発達とともに、梁-柱の非弾性挙動についての研究は比較的容易に行われるようになった。しかし非弾性解析時に応力-ひずみのレベルで材料非線形特性を考慮することは、コンピュータの記憶容量や計算時間などの経済的制約を受ける。よって本研究においては、梁-柱の非弾性挙動を一般化荷重-変形空間においてモデル化することを試みる。このとき、塑性理論の適用性について考察する。

2.塑性理論の適用性 本研究では軸力  $P$  と曲げモーメント  $M$  を受ける矩形断面の梁-柱を考える。一般に塑性理論の基本概念は1)降伏関数、2)流れ則、3)硬化則であるが、これらを一般化荷重-変形空間に適用することを試みた。まず降伏関数について考察する。応力-ひずみ関係を完全弾塑性と仮定すると降伏関数として初期降伏曲線  $f$  と全塑性相関曲線  $F$  が次式のように与えられる。

$$f : |P/P_y| + |M/M_y| = 1 \quad (1), \quad F : |M/M_y| + (3/2)(P/P_y)^2 = 3/2 \quad (2)$$

ここに、 $P_y$ 、 $M_y$  はそれぞれ初期降伏軸荷重、初期降伏モーメントを示す。また初期降伏曲線は弹性限を示し全塑性相関曲線は終局荷重域を示している。ここで、断面がある塑性変形履歴を受けたときを考えると、断面が部分降伏することによって降伏曲線は絶えず変化する。このような変化を法則化するのは困難なため、ここでは簡便法として弹性限の存在を認めず、荷重位置がどこにあっても絶えず塑性変化が起こると仮定した。次に流れ則について考察する。Fig. 1 にある載荷を行ったときの塑性ひずみ増分の方向性を示す。このとき図に示した点線にそって載荷した場合を考えている。また、図中に破線によって初期降伏曲線と全塑性相関曲線上の塑性ひずみ増分の方向を示している。この図より、荷重位置が初期降伏曲線から全塑性相関曲線に向かうにしたがって塑性ひずみ増分の大きさはだんだん大きくなり、方向は初期降伏曲線上における法線方向から全塑性相関曲線上の法線方向に近づくことがわかる。このことにより、一般化荷重-変形空間においても流れ則の妥当性がうかがえる。

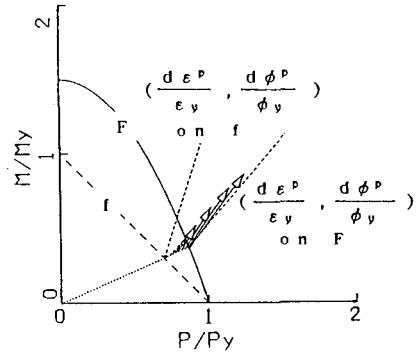


Fig. 1 塑性ひずみ増分の方向性

3.モデル化 Fig. 2 に示す荷重位置 ( $P/P_y$ ,  $M/M_y$ ) においてひずみ増分 ( $d\epsilon/\epsilon_y$ ,  $d\phi/\phi_y$ ) が与えられるとき、このひずみ増分の方向の延長と全塑性相関曲線との交点  $Q$  を求め、この交点  $Q$  における塑性ひずみ増分方向の単位ベクトルを ( $n_1$ ,  $n_2$ ) とする。ここで、次のような負荷判定関数  $L$  を定める。

$$L = (d\epsilon/\epsilon_y) n_1 + (d\phi/\phi_y) n_2 \quad (3)$$

$L > 0$  のときは載荷、 $L \leq 0$  のときは除荷に移ったことを示す。除荷に移った場合その点を初期荷重位置とし、そこから新たに載荷を開始したと考える。ここに、初期荷重位置とは載荷が開始された荷重位置のことである。さらに一般化塑性係数  $1/H$  を考える。これは塑性ひずみの大きさを規定するものであり、初期荷重位置から全塑性相関曲線上の交点  $Q$  までの距離を  $\delta_{in}$ 、現在の荷重位置から全塑性相関曲線までの距離を  $\delta$  として次式で  $1/H$  を与える。

$$1/H = f(\delta, \delta_{in}) \quad (4)$$

ここに、関数  $L$  は  $\delta = \delta_{in}$  のとき  $1/H = 0$  、  $\delta = 0$  のとき  $1/H = 1$  となるような関数である。今、  $L$  、  $1/H$  を用いて、荷重位置 ( $P/P_y$  ,  $M/M_y$ ) における塑性ひずみ増分を次のように表すことにする。

$$\left( \frac{d\epsilon^p}{d\epsilon_y}, \frac{d\phi^p}{d\phi_y} \right) = \frac{L}{H} (n_1, n_2) \quad (5)$$

また、  $dP/P_y$  ,  $dM/M_y$  はそれぞれ次式のようになる。

$$\frac{dP}{dP_y} = \frac{d\epsilon}{d\epsilon_y} - \frac{d\epsilon^p}{d\epsilon_y} \quad , \quad \frac{dM}{dM_y} = \frac{d\phi}{d\phi_y} - \frac{d\phi^p}{d\phi_y} \quad (6)$$

Eq. (3), (5), (6)より、次式を得る。

$$\begin{cases} \frac{dP}{dP_y} \\ \frac{dM}{dM_y} \end{cases} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{n_1 n_1}{H} & -\frac{n_1 n_2}{H} \\ -\frac{n_1 n_2}{H} & 1 - \frac{n_2 n_2}{H} \end{bmatrix} \begin{cases} \frac{d\epsilon}{d\epsilon_y} \\ \frac{d\phi}{d\phi_y} \end{cases} \quad (7)$$

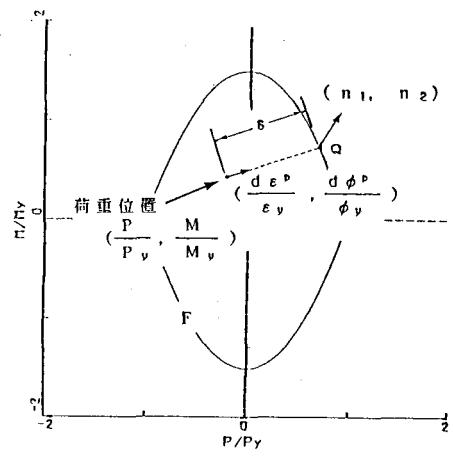


Fig. 2 モデルの概念図

Eq. (7)により、一般化荷重-変形空間において軸および曲げ変形を受ける梁-柱の非弾性挙動が推定できる。

4. モデルの検証 はじめに、持続曲げ載荷の場合により一般化塑性係数のキャリブレーションを行い、 $1/H$  を次のように定めた。

$$1/H = (1 - \delta/\delta_{in})^3 \quad (8)$$

この関数を用い、いくつかの変形履歴に対する荷重履歴を計算した結果を Fig. 3, Fig. 4 に示す。

図中、(a) 図の実線は Eq. (7) により計算した値、破線は完全弾塑性の応力-ひずみ関係を仮定し断面を 40 等分して数値積分した値を示す。また(b) 図に変形履歴の与え方を示す。Fig. 3 に示すような比例繰り返し変形を受ける場合、かなりよく荷重履歴を推定している。しかし Fig. 4 に示す

ような非比例繰り返し変形を受ける場合、載荷方向を変えた直後の挙動はかなりかけ離れているので、改良の余地が残されている。

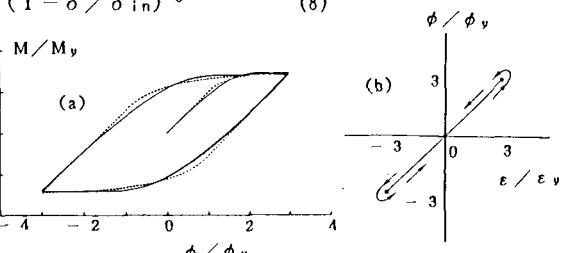


Fig. 3 比例変形を受けた場合の荷重履歴

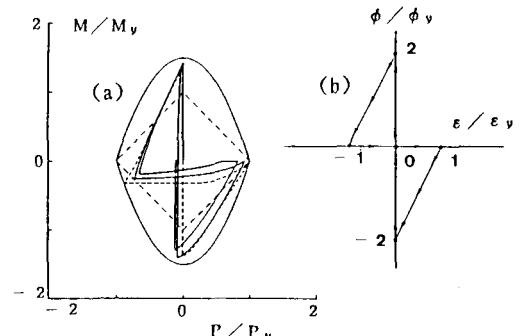


Fig. 4 非比例変形を受けた場合の荷重履歴

5. むすび 今回行ったようなセクションモデルの構築は、繰り返し荷重を受ける骨組構造物の非弾性解析上、計算時間の短縮といった点において有効であると考えられる。今後、実際の構造物の解析に用いるためにも、薄肉断面の梁-柱について局部変形をも考慮したモデルの構築を進める必要性があると思われる。

参考文献 (1)Y. F. Dafalias and E. P. Popov: Cyclic Loading for Materials with Vanishing Elastic Region, Nuclear Engineering and Design, Vol. 41, 1977 (2)N. C. Nigam: Yield in Framed Structures Steel, Journal of Engineering Mechanics ASLE, Vol. 96, No. 5, October, 1970 (3)W. F. Chen and Atuta: Theory of Beam-Column Volume 2, McGraw-Hill, 1977