不均衡商業立地モデルのパラメータ推定方法に関する一考察

京都大学工学部　正員　吉川和広　鳥取大学工学部　正員　小林潔司　京都大学工学部　正員○奥村　誠
京都大学大学院 学生員 上野博史　京都大学工学部 学生員 足立康史

1．はじめに

1970年代後半からWilson, Allenらによって提案されてきた非線形微分方程式型の商業立地モデルは、複数の立地パターンを表現できるとともに、それらの間の不連続な推移のメカニズムを表現できる。そのため、商業地間の競争を考慮しつつ、現在の立地パターンとは違った新しい立地パターンへの誘導による商業活性化の戦略を検討していく際の有用な道具となり得る[1)]。これらのモデルに関する従来の研究の多くは、仮想的なパラメータ値に対しての解の挙動を検討したものであり、パラメータ推定の困難さは解決されていない。Oppenheim [2)]はこの点から現実問題への適用性を疑問視している。

本稿では、Wilsonらが提案した非線形微分方程式型の商業立地モデルを、需給の不均衡に対する商業者の反応行動を表すモデルとしてとらえ直すことにより、不均衡市場に関する計量経済分析手法が適用できることを示し、パラメータの推定方法について考察する。

2．不均衡商業立地モデルの定式化と推定の問題点

一般に、各商業地における財の需要と供給は一致するとは限らず、商業地毎の不均衡に応じて価格調整機構が機能することも期待できない。そのため不均衡は短期的には解消されず、超過需要(供給)に対応する超過利潤(損失)が生まれるので、商業者は利潤を確保するため立地量を調整することになる。

いま、住民一人当りの需要量をγ、ゾーンｉの人口をＰｉ、商業地ｊの立地量をＷjとする。ロジットタイプの買物流動モデルにより、ｊでの需要量は、

$$Dj = \gamma \Sigma Pi \frac{\exp(\alpha Wj - \beta Tij)}{\Sigma \exp(\alpha Wl - \beta Til)} + ud \quad (1)$$

$$= \gamma\ P'j + ud \quad (2)$$

ここでｕdは正規分布Φ(0, σd)に従う誤差項、Ｐ'ｊは商業地ｊの商圏人口である。

一方、商業地ｊにおける財の供給量は立地量の関数であると考え、次式のように定式化する。

$$Sj = \kappa\ Wj + us \quad (3)$$

誤差項ｕｓも正規分布Φ(0, σs)に従うと仮定する。需給不均衡に対する立地量の変化を線形と考えると、

$$\Delta Wj = \varepsilon\ (Dj - Sj) \quad (4)$$

(1), (3), (4)式より、次のモデル式を得る。

$$\Delta Wj = \varepsilon\ (\gamma \Sigma Pi \frac{\exp(\alpha Wj - \beta Tij)}{\Sigma \exp(\alpha Wl - \beta Til)} - \kappa Wj) \quad (5)$$

これらのうち需要量Ｄｊと供給量Ｓｊは直接観測できないが、商業地ｊにおける財の販売額Qｊは、需要と供給の小さい方に一致していると考えられる。

$$Qj = \min\ (Dj, Sj) \quad \text{【short side 原則】} \quad (6)$$

この仮定はパラメータ推定上次の問題を生じる。すなわち①観測された販売額は需要関数あるいは供給関数のどちらか一方からのサンプルであるが、そのどちらに属するかは事前にはわからない。②価格変動等の情報を用いてサンプルがどちらに属するかが判別できたとしても、判別されたサンプルの誤差分布が負の方向に偏るため、一般的な方法では不偏推定量を得ることができないという問題である。

以上の問題は、複数の関数の最大値あるいは最小値のみが観測される場合に共通するものであり、効用最大化モデルや付け値モデルの推定においても現れてくる。McFaddenは効用の誤差項がガンベル分布に従うと仮定してロジットモデルを誘導したが、一般の地域モデル特に土地利用モデルのパラメータ推定においてこの問題を考慮した例は見られない。

3．パラメータの推定方法

(1)不均衡を考慮しない推定方法(既存法)

これまでに多く行われてきた方法では、まず一般の最尤法を用いて (1)式の中の集計ロジットモデルを推定し、その結果からＰ'jを求める。次に販売額のデータを需要額および供給額と考えて、 (1), (3)式をそれぞれ推定する。さらにそれぞれから求めたＤjとＳjの最確値を用いて (4)式を推定する。

しかし不均衡市場の場合、需要超過局面では需要の潜在化が起こるため (1)式は過小推定となる。また (2)式も供給超過の局面では過小推定となる。さ

Kazuhiro YOSHIKAWA,　Kiyoshi KOBAYASHI,　Makoto OKUMURA,　Hiroshi UENO,　Yasushi ADACHI

らにこうして求めたDjとSjとの差は、同じデータQj に対する「残差」に過ぎず、それらを用いて (4) 式を推定しても安定した結果を得ることは難しい。

(2) 立地変化方向で局面を分離する方法 (方向法)[3]

需要超過局面では販売額は供給量に一致し立地量は増加傾向にある。逆に供給超過局面では販売額は需要量に一致し立地量は減少することになる。そこでΔWの符号により販売額を需要量に一致するもの ($\Delta W<0$) と供給量に一致するもの ($\Delta W>0$) に分離し、それぞれを用いて (1) 式と (2) 式を別個に推定する方法が考えられる。さらに、この結果から求められるDjとSjの最確値を用いてΔWを回帰することにより (4) 式を推定する。 この方法は簡便であるが、分離されたサンプルに関する誤差項が期待値0の分布に従わず、通常の最小二乗法を用いると推定量に切断バイアスが生じ、不偏推定量が得られないという問題が指摘されている。

(3) 立地変化量を用いた推定方法 (定量法)[3]

上述の方法では、ΔWj の正負のみを用い、その大きさに関する情報は用いていない。ここでは (4) 式を用いて、ΔWj の大きさから観測されなかったDjとSjのサンプルを補充することを考える。いま、Dj、Sjの観測誤差に比べてΔWj の観測誤差が十分小さければ、観測されなかった需要量・供給量が未知パラメータεを用いて以下のように逆算できる。

$$D_j = Q_j + (1/\varepsilon)\Delta W_j \quad : \Delta W_j > 0 \quad \text{(7-a)}$$

$$S_j = Q_j - (1/\varepsilon)\Delta W_j \quad : \Delta W_j < 0 \quad \text{(7-b)}$$

ud、usが相互に独立な正規分布に従うので、このようにして補充したサンプルの誤差も正規分布に従い、先の方法のような切断バイアスは生じない。実際の手順としては、まず次の2つの変数を計算する。

$$\Delta W_{j+} = \max\ (\Delta W_j,\ 0) \qquad \text{(8-a)}$$

$$\Delta W_{j-} = \min\ (\Delta W_j,\ 0) \qquad \text{(8-b)}$$

これを用いると (1), (2) 式は次のようになり、ud, us の重み付き2乗和を最小にする未知パラメータ $\gamma, \kappa, 1/\varepsilon$ を、最小2乗法を用いて求めればよい。

$$Q_j = \gamma P'_j - (1/\varepsilon)\Delta W_{j+} + ud \qquad \text{(9-a)}$$

$$Q_j = \kappa W_j + (1/\varepsilon)\Delta W_{j-} + us \qquad \text{(9-b)}$$

(4) 最尤法による推定方法[4]

以上の最小2乗法による方法は簡便で、不偏推定値が得られるため実用性は高いが、厳密には需要関数と供給関数の誤差分散が漸近性を持たないという問題がある。そこでここでは分散が漸近性をみたす最尤法を繰り返し法により解く方法を示す。

需要超過局面が生起し あるΔW, Qの組合せが生起する確率密度hは、ud, us が互いに独立な正規分布に従うことから、

$$h = \phi(\Delta W + \varepsilon Q - \varepsilon\gamma P', \varepsilon\sigma d) \cdot \phi(\kappa W - Q, \sigma s) \qquad (10)$$

同様に供給超過局面における確率密度は、

$$h = \phi(\Delta W - \varepsilon Q + \varepsilon\kappa W, \varepsilon\sigma s) \cdot \phi(Q - \gamma P', \sigma d) \qquad (11)$$

(10) (11) 式から尤度関数Lを構築し、対数をとると、

$$\begin{aligned}\log L = \text{const.} &- N\log\varepsilon - N\log\sigma s - N\log\sigma d \\ &- \frac{1}{2\sigma s^2}\sum_{\psi 1}(Q-\kappa W)^2 \\ &- \frac{1}{2\sigma d^2}\sum_{\psi 2}(Q-\gamma P')^2 \\ &- \frac{1}{2\varepsilon^2\sigma s^2}\sum_{\psi 2}(\Delta W-\varepsilon Q+\varepsilon\kappa W)^2 \\ &- \frac{1}{2\varepsilon^2\sigma d^2}\sum_{\psi 1}(\Delta W+\varepsilon Q-\varepsilon\gamma P')^2 \qquad (12)\end{aligned}$$

ここでNはデータ総数、ψ1 は需要超過局面データの集合、ψ2 は供給超過局面データの集合を表わす。この logLを$\gamma, \kappa, \sigma d^2, \sigma s^2, \varepsilon$で偏微分して得られる5つの連立方程式は次のような方法で解ける。εに初期値を与え、4つの式から$\gamma, \kappa, \sigma d^2, \sigma s^2$を求める。これらを残る式に代入したεに関する2次方程式を解き、正の解でεを更新する。以上の手順を、εが収束するまで繰り返せばよい。

4．おわりに 本研究では、計量経済学における研究成果をふまえて不均衡商業立地モデルの推定方法について考察した。その結果比較的簡単に不偏パラメータを推定できることがわかり実用化に向けて大きく前進できたと考える。実際のデータを用いた計算例と推定方法の比較検討結果は講演時に述べる。

1) 吉川和広, 奥村誠, 上野博史, 足立康史: 不均衡立地モデルの解の挙動に関する一考察, 昭和63年度関西支部年次学術講演会 講演概要集, 1988
2) N. Oppenheim: A Critical Survey of Current Developments in Urban and Regional Modelling, in B. Hutchinson, M. Batty eds., "Advances in Urban Systems Modelling", pp41-54, 1986
3) R. C. Fair, D. M. Jaffee: Methods of Estimation for Markets in Disequilibrium, Econometrica, Vol40, pp497-514, 1972
4) T. Amemiya: A Note on a Fair and Jaffee Model, Econometrica, Vol42, pp759-762, 1974