消費者余剰最大化を目的とする都市高速道路の料金決定問題
--第二環状線整備による都心部容量増加の影響--

京都大学工学部　正　員　　佐佐木　綱
京都大学工学部　正　員　　朝倉　康夫
京都大学大学院　学生員　　成瀬　英治
京都大学工学部　学生員　○宇野　伸宏

1．はじめに　従来の都市高速道路の料金決定モデルは、均一料金制を前提に規模と料金の同時決定問題として取り扱われてきた。しかし、将来、ネットワークの拡大にともなって、均一料金圏の広がりを越えた、放射線の末端部分が生じることが予想される。そこで、本研究では、都心部の外郭に第二環状線が整備された仮想的ネットワークを対象に、あらたに区間制料金部分を設けるとともに、平面街路とのバランスをも考慮した料金決定モデルを構築することを試みた。

2．ネットワークと決定変数　モデルでは、都心部の環状線とそこから延びる複数の放射線（6本と仮定）、都心部を取り巻く第二環状線から構成される仮想のネットワーク（図－1）を用いる。料金決定モデルにおいて決定される変数は、均一料金圏半径 r (km), 均一料金額 F (円), 区間制部分料金額 P (円/km) の3変数である。

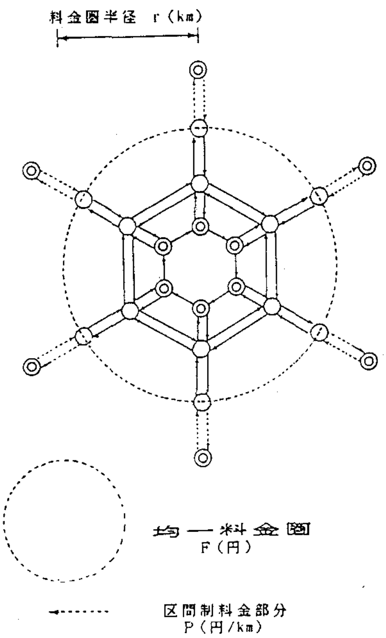
3．制約条件の定式化

(1) 償還条件の数式表現：料金収入が償還に必要な一日あたりの収入額を上回るための条件は(1)式のようになる。左辺第1項は、均一料金圏からの料金収入、第2項は、区間制料金部分からの料金収入である。

$$\sum_{i}\sum_{j\,(i\neq j)}\{F+Pf_{ij}(r)\}q_{1ij}\geqq G \qquad (1)$$

(2) 容量条件の数式表現：本研究では都市高速道路網の容量を求める際に、従来のネットワーク容量の計算方法を改良した方法を用いる。この方法は漸次交通量を増加させながら配分シミュレーションを行い、ネットワークが分断されたときの交通量を交通容量とするものである。つまりOD交通量をODパターン一定のもとで漸増させながら配分を行い、その段階ごとに交通量が容量に達したリンクを除去する。そしてトリップ運行が不可能なOD交通が最初に出現する、すなわちネットワークが初めて非連結となる総トリップ数をネットワーク容量とする。

容量条件：　$$\sum_{i}\sum_{j\,(i\neq j)}q_{1ij}\leqq C \qquad (2)$$



図－1　ネットワークの概要

(3) 均衡条件の数式表現：本研究における均衡条件とは、都市高速道路を利用することによって得られる節約時間の価値が、都市高速道路の通行料金と等しくなるまで都市高速道路が利用されるという条件である。それは(3)式のように表わされる。

Tsuna SASAKI, Yasuo ASAKURA, Eiji NARUSE and Nobuhiro UNO

$$t_{1ij} + \frac{1}{\lambda}\,(F + P f_{ij}) = t_{2ij} \qquad (3)$$

ＯＤペア間の経路が複数個存在するとき、上式におけるt_{1ij}とt_{2ij}を算出することは容易ではない。そこで本研究では超過需要関数法を用いて(3)式と等価な均衡条件(4.a)～(4.d)式を導いた。超過需要関数法は、平面街路をネットワーク化することなしに、都市高速道路と平面街路の交通量を求めるものである。この方法では都市高速道路網のみが実ネットワークであり、平面街路はセントロイドを直結する１本の虚なリンクに集約される。このようにネットワーク表示を工夫することによって計算量はかなり節約できる。ただし、都市高速道路利用に対する需要関数を作成することが必要となる。

均衡条件：

$$\sum_a \int_0^{v_a} t_a(x)\,dx - \sum_{\substack{i\ j\\(i\neq j)}}\sum \int_0^{q_{1ij}} D_{ij}^{-1}(y)\,dy \qquad (4.a) \qquad \to \min$$

sub. to.

$$\sum_m h_{mij} + q_{2ij} = Q_{ij} \qquad \text{for all } i,j \qquad (4.b)$$

$$q_{2ij} \geqq 0 \qquad \text{for all } i,j \qquad (4.c)$$

$$h_{mij} \geqq 0 \qquad \text{for all } m,i,j \qquad (4.d)$$

ただし，$v_a = \sum_m \sum_i \sum_j \delta_{amij}$， $q_{1ij} = \sum_m h_{mij}$

4．目的関数の定式化

都市高速道路の需要関数を

$$q_{1ij} = D_{ij}(g_{ij}) = Q_{ij}\,\alpha \exp(-\gamma\,(g_{ij})) \qquad (5)$$

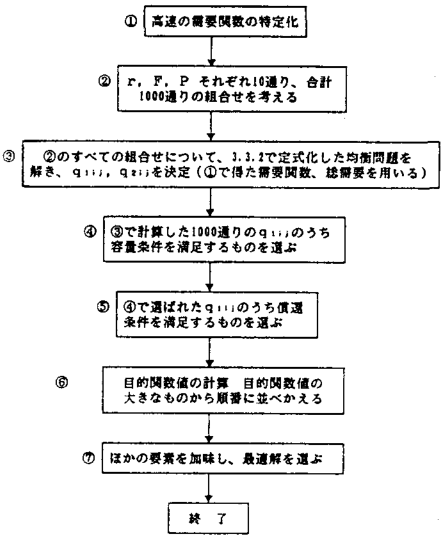
とすると、消費者余剰 C_sは以下のように書ける。

$$C_s = \sum_{\substack{i\ j\\(i\neq j)}}\sum \int_0^{q_{1ij}} D_{ij}^{-1}(y)\,dy - \sum_{\substack{i\ j\\(i\neq j)}}\sum q_{1ij}\,t_{1ij} \quad \to \max \quad (6)$$

以上の制約条件と目的関数を踏まえた最適料金決定問題の数値計算の手順を図－２に示す。定式化した問題を解析的に解くことは困難であるので、決定変数の組合せ計算により解を求めるものとした。

5．数値計算の概要

決定変数のとる値の範囲として、Ｆは 250(円)から50円刻みで 700(円)まで、Ｐは 5(円/km)より 5円刻みで50(円/km)まで、ｒについては第二環状線の外側の5(km)より1km刻みで14(km)まで、それぞれ10通り、合計 1000通りの組合せを考えた。目的関数には消費者余剰のほかに、総走行時間の最小化、料金収入額の最大化および都市高速道路利用台数の最大化をとって値の比較を行った。償還条件、容量条件をパラメトリックに変化させて、解の順位や各評価関数の定性的な関係などを調べたところ、モデルの挙動はおおむね妥当であることがわかった。計算の詳細については講演時に示す。



図－２ 最適料金決定問題の手順

本研究で用いた記号

- r ：均一料金圏の半径(km)
- F ：均一料金額(円)
- P ：区間制部分料金額(円/km)
- λ ：時間価値(円/分)　 i ：起点　 j ：終点
- a ：都市高速道路のlink
- q_{1ij} ：ij 間の都市高速道路のＯＤ交通量(台)
- q_{2ij} ：ij 間の平面街路のＯＤ交通量(台)
- Q_{ij} ：ij 間の(平面＋高速)ＯＤ交通量(台)($=q_{1ij}+q_{2ij}$)
- t_{1ij} ：ij 間の都市高速道路の走行時間(分)
- t_{2ij} ：ij 間の平面街路の走行時間(分)
- t_a ：都市高速道路のlink ａの走行時間(分)($t_a=t_a(v_a)$)
- v_a ：都市高速道路のlink ａの交通量(台)
- C ：都市高速道路のネットワーク容量(台)
- f_{ij} ：ij 間の都市高速道路距離のうちの区間制料金部分の距離(km)($f_{ij}=f_{ij}(r)$)
- g_{ij} ：一般化時間(分)(＝走行時間＋料金/時間価値)
- G ：償還に必要な一日当りの収入額(円)
- D_{ij} ：需要関数($D_{ij}=D_{ij}(g_{ij})$)
- α,γ ：需要関数のパラメータ
- D_{ij}^{-1} ：需要関数の逆関数
- h_{mij} ：ＯＤペアij 間第m経路交通量(台)
- δ_{amij} ：ＯＤペアij 間第m経路がリンクａを含むとき1，そうでないとき0の値をとるダミー変数