KRIGINGを利用した帯水層定数の最適同定

京都大学防災研究所　正員　岡　太郎
富士通　正員　○花山　亨

1．はじめに　非定常二次元地下水流モデルにおける、帯水層定数分布の最適同定法として、KRIGING 法と POWELL 法を組み合わせた手法を提示し、その実用性と問題点を検討する。

2．非定常二次元地下水流モデル　被圧地下水の基礎式は (1)式で表される。なお、不圧地下水の場合でも同式において、$S=\lambda$(有効間隙率)、$T=K\cdot H_0$(K:透水係数, H_0:平均流動深)とおけばよい。解析には有限要素法を用いることにし、(1)式をガラーキン法により離散化して数値的に解く。

3．帯水層定数分布の最適同定法

［1］同定手順：　本研究では、代表点を予め決めておき、その帯水層定数を、非線形最適化手法であるPOWELL法により同定すると同時に、KRIGINGにより各要素の帯水層定数を補間して、帯水層の不均一性を表すことにする。ここで対象とした透水量係数 T の最適化の手順を図1に示す。

［2］KRIGING法[1]：　X を位置を表すベクトル、h を 2点間の距離、Z(x) を現象を表す変数とすると、INTRINSIC仮定に基づく(2)式の VARIOGRAM $\gamma(h)$によって、現象の空間構造が表現される。ここで、INTRINSIC仮定とは、「現象の場所による増分値、すなわち $[Z(X+h)-Z(X)]$ が統計的に二次定常である」という仮定である。KRIGING を行うためには、(3)式によって Z(X) が既知の地点から$\gamma(h)$を求めた後、この$\gamma(h)$ の近似関数を求める必要がある。一般に DRIFT がある場合、すなわち Z(X)の平均値が場所によって異なる場合、$\gamma(h)$ の近似関数を一意的に決めるのは問題があるが、簡略的に一つの近似関数で代用することにする。KRIGING は、BLUE (BEST LINEAR UNBIASED ESTIMATION) すなわち、推定値の①線形性((4)式)、②不偏性((5)式)、③最適性((6)式)、の仮定により(7)式のように定式化できる。ここで、(8)式はZ(X)の非定常性を表す

$$S\frac{\partial h}{\partial t}=T\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}\right)+\varepsilon \qquad (1)$$

S:貯留係数、T:透水量係数、ε:供給量,揚水量

$$\gamma(h)=\frac{1}{2}E[(Z(x+h)-Z(x))^2] \qquad (2)$$

$$\gamma(h)=\frac{1}{2N(h)}\sum_{i=1}^{N(h)}(Z(x_i+h)-Z(x_i))^2 \qquad (3)$$

N(h):距離がhの二地点の組合せ数

$$Z_0^*=\sum_{i=1}^{n}\lambda_0^i Z_i \qquad (4)$$

Z_0^*:地点0の推定値, λ_0^i:重み, Z_i:地点X_iの値

$$E[Z_0^*-Z_0]=0 \qquad (5)$$

Z_0:真の推定値

$$E[(Z_0^*-Z_0)^2]\rightarrow\min \qquad (6)$$

$$\left.\begin{aligned}&\sum_{j=1}^{n}\lambda_0^j\gamma(h_{ij})+\sum_k\mu_k\cdot p^k(x_i)=\gamma(h_{i0})\quad(i=1,\cdots,n)\\&\sum_{i=1}^{n}\lambda_0^i\cdot p^k(x_i)=p^k(x_0)\quad(k=1,\cdots,m)\end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

$$E[Z(X)]=m(x)=\sum a_k\cdot p^k(x) \qquad (8)$$

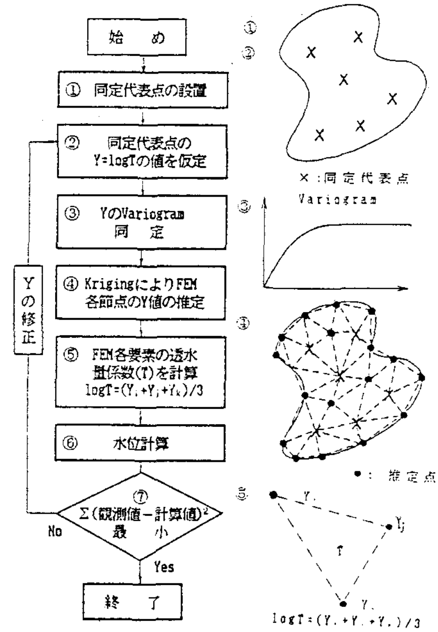

図1　POWELL法による最適化手順

Taro OKA　and　Toru HANAYAMA

DRIFT である。(2)式の VARIOGRAM $\gamma(h)$ の近似関数が与えられておれば、(7)式の連立方程式をλについて解くことができ、任意の地点の $Z(x)$ が求まることになる。

<u>4. 適用例</u>　対象流域は、琵琶湖東北部の姉川とその支流の草野川にはさまれた 9.3 km² の扇状地である。非定常二次元地下水流モデルの計算では、境界条件として丘陵地からの地下水流入量と河川水位、内部条件として揚水量・地表からの涵養量・湧水を考慮した[2]。図2に対象流域の概要と要素分割を示してある。同定期間は、昭和58年の6月1日～8月 9日の70日間とし、また、昭和59年の6月1日～8月9日の期間を検証期間とする。KRIGING には、1次の線形 DRIFT を考慮し、VARIOGRAMの近似関数には一次関数を採用した。また、帯水層定数のうち貯留係数 S は、事前の試算により 0.02 とし、透水量係数の分布についてのみ最適化を行う。最適同定された透水量係数分布を図3に、VARIOGRAM を図4に示す。検証期間の地下水ハイドログラフは、同定期間と同様の再現性(図5,6)が得られており、最適同定がうまく行われたと判断できる。

<u>5. 結　論</u>　実流域への適用結果から、ここで示した最適化手法の実用性が確認された。ただし、最適化の際に現れやすい局部的な解を避けるため、同定代表点の位置や初期値の設定、同定順序および同定過程について、今後さらに検討が必要であろう。また、ここで同定された透水量係数分布は、仮定したモデルによる現象の再現性を向上するための一指標であり、物理的な意味での透水量係数と必ずしも一致しないことを念頭においておかなければならない。

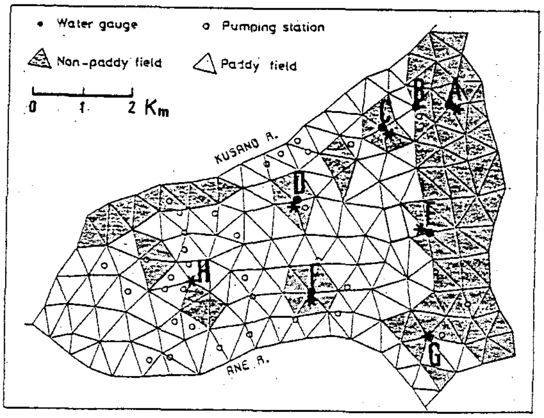

図２ 対象流域と要素分割
[観測井:A,B,C,D,E,F 代表点:A,C,D,E,F,G,H]

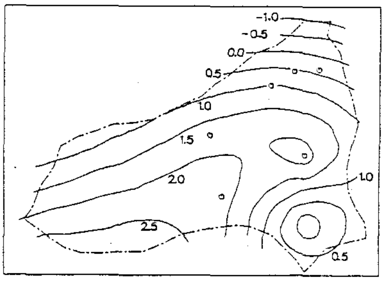

図3 同定された透水量係数分布
(Y=logT)

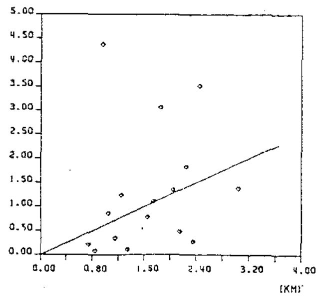

図4 同定されたVARIOGRAM

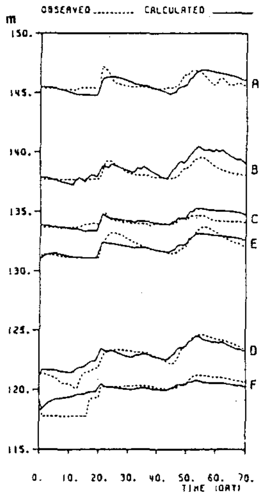

図5 同定期間のﾊｲﾄﾞﾛｸﾞﾗﾌ

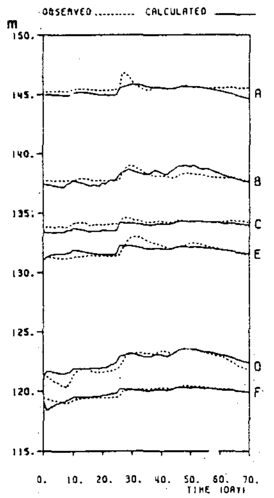

図6 検証期間のﾊｲﾄﾞﾛｸﾞﾗﾌ

1)Delhome,J.P.: Advances in Water Resources Vol.1 No.5 1978
2)岡太郎: 京大防災研年報第22号B, 1979, pp257～270