

有限要素法による港内波高分布の計算

鹿島建設 ○正会員 山本明雄
 大阪大学工学部 正会員 榎木 亨
 大阪大学工学部 正会員 青木伸一

1.はじめに： 港内静穏度を評価するための出発点は港内における波浪変形予測であり、これまでも数値シミュレーションによる予測手法が種々提案されている。これらのうちの手法を用いるかは港湾のスケール・境界条件・入射波特性などによって決定されるが、現在のところ、波長が短く、港湾のスケールが大きくなると何らかの近似解法を用いざるを得ない。近年、港内係留船の運動から静穏度を評価しようという考えがあるが、港内における波浪変形を船体運動と結合させるためには、より精度の高い計算手法が要求されるだけでなく、波高分布を求めるだけであれば必要のない波向の予測も重要な要素となる。さらに、港内外における波浪減殺対策、例えば低反射岸壁や消波工の影響なども計算にとり込めるような予測手法の開発が望まれる。本研究は上述のような、より精度が高く適用範囲の広い港内波浪予測手法を開発するための第一段階として、計算機容量に制限はあるものの、現在のところ最も多様な境界条件に対応できる厳密な手法であると思われる緩勾配方程式を用いた有限要素法によって港内波高分布を計算し、水理実験結果との比較を行って、その適用性を調べたものである。

2.数値計算手法の概要： 基礎方程式として次式の緩勾配方程式を用いる。

$$\nabla(cc_g \nabla \Phi) + k^2 cc_g \Phi = 0 \quad \dots (1)$$

ここに、 C 波速、 C_g は群速度、 k は波数、 Φ は速度ポテンシャルを示す。次に計算領域を図-1のように分割する。境界 $\Gamma 1$ は固定境界と呼ばれ、任意の反射率（本研究においては吸収率）が与えられる。境界 $\Gamma 2$ は開境界と呼ばれ、外部領域 R における解と滑らかに接続する条件が与えられる。外部境界 R は水深一定と仮定し、入射波・反射波・散乱波の合成として次式で速度ポテンシャルを表現する。

$$\Phi^i = -i \frac{g}{\omega} a^i e^{i k r \cos(\theta - \theta_i)} \quad , \quad \Phi^r = -i \frac{g}{\omega} K_r' e^{i k r \cos(\theta - \theta_i)} \quad \dots (2)$$

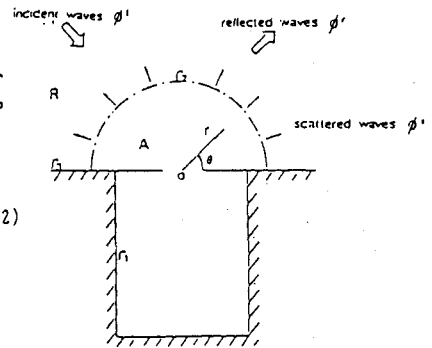
ここに、 a^i は入射波の振幅、 ω は角周波数、 θ^i は入射角、 K_r' は外部境界 $\Gamma 3$ の複素反射率である。また散乱波はHelmholtz方程式とSommerfeldの放射条件を満足することから次式のようになる。

$$\Phi^s = \sum_{n=0}^{\infty} H_n^{(1)}(kr) [\alpha_n \cos(n\theta) + \beta_n \sin(n\theta)] \quad \dots (3)$$

ここに、 α_n 、 β_n は未知の複素定数、 $H_n^{(1)}$ は第一種 n 次のHankel関数である。また内部領域 A では水深一定とし、固定境界上で次式の部分吸収条件が与えられる。¹⁾

$$ik \frac{\partial \Phi_A}{\partial y} + \alpha k^2 \Phi_A + \frac{\alpha}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial x^2} = 0 \quad , \quad \alpha = \frac{1 - K_r}{1 + K_r} \quad \dots (4)$$

ここに K_r は境界 $\Gamma 1$ 上の複素反射率、 α は複素吸収率である。



境界と境界の性質

Toru SAWARAGI Shinichi AOKI Akio YAMAMOTO

これらの境界条件を用いて式(1)を解くために次式の $F(\Phi)$ を汎関数とする有限要素法を用いる。

$$F(\Phi) = \iint_A \frac{1}{2} \left[cc_o (\nabla \Phi)^2 - \frac{c_o \omega^2}{c} \Phi^2 \right] dx d\theta + \int_{r_2} cc_o \left[\frac{1}{2} \Phi^2 - (\Phi_A - \Phi)^2 \frac{\partial \Phi}{\partial n_A} \right] ds \\ - \int_{r_2} \frac{1}{2} cc_o \Phi^2 \frac{\partial \Phi}{\partial n_A} ds - \int_{r_1} \left[\frac{1}{2} i \alpha \omega c_o \Phi_A^2 + \frac{i \alpha}{4k} cc_o \left(\frac{\partial \Phi_A}{\partial s} \right)^2 \right] ds$$

... (5)

3. 計算結果と実験結果の比較： 水底勾配を有する仮想モデル港湾に対して行った水理実験の結果と本数値計算での結果を比較して、本計算法の適用性について次のような点がわかった。なお図-1～図-3は結果の一例を示している。

- (1) 港湾境界全体が完全反射である場合、計算値は全体的に大きな値を示す。特に周波数応答におけるピーク位置では両者の差は大きい。
- (2) 種々のエネルギー逸散を含めた意味で境界全体に適当な吸収率を与えることにより定量的な予測が可能である。
- (3) 港内の一部に低反射岸壁を設置した場合、低反射岸壁の影響が大きい場合や波高の空間的変動の小さな場所ではある程度の一致を示すが、それ以外の場合にはあまり一致しない。

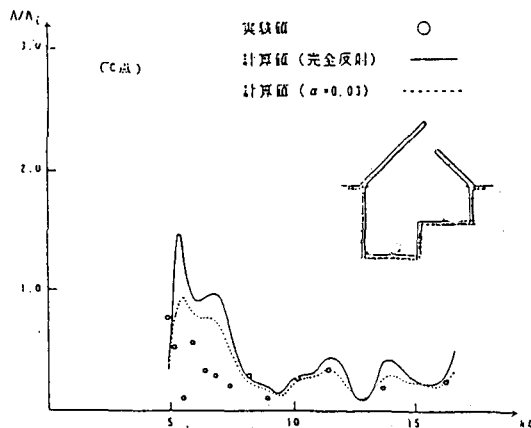


図-3 仮想モデル港湾の応答曲線(左低反射)

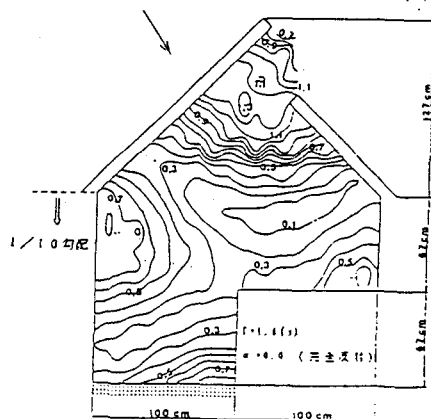


図-1 実験による波高分布(左低反射)

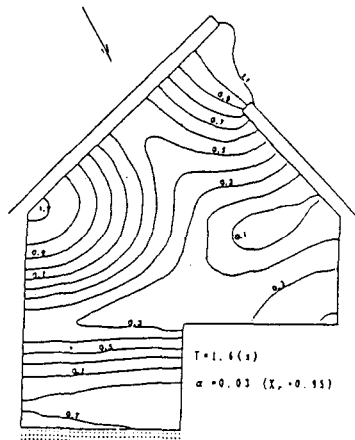


図-2 有限要素法による波高分布(左低反射)

<参考文献>

- 1) Lars Behrendt : A finite elemental model for water wave diffraction including boundary absorption and bottom friction, Technical University of Denmark, 1985.