

成層した湖における流れの3次元解析について

京都大学工学部 正 員 岩佐 義朗 京都大学工学部 正 員 井上 和也
 京都大学大学院 学生員 申 輝華 京都大学大学院 学生員 〇広瀬 昌由

1. はじめに： 本研究は、湖沼における流れを数値解析的に研究することを目的とするので、本報ではその第1段階として、成層した単純な水域を対象に、3次元的なオペレータースプリットング法を展開し、内部波などの流れの解析を行うとともに、その特性について考察を行ったものである。

2. 基礎式および差分化： 浅水近似およびブジネスク近似を用い、かつ湖と外部で熱の交換がないとすると、連続式、各方向の運動方程式および密度方程式は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0 & \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(uu)}{\partial x} + \frac{\partial(vu)}{\partial y} + \frac{\partial(wu)}{\partial z} &= f_u - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(A_h \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_v \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A_v \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(uv)}{\partial x} + \frac{\partial(vv)}{\partial y} + \frac{\partial(wv)}{\partial z} &= -f_v - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(A_h \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_h \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A_v \frac{\partial v}{\partial z} \right) & 0 &= -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \\ \frac{\partial(\rho)}{\partial t} + \frac{\partial(u\rho)}{\partial x} + \frac{\partial(v\rho)}{\partial y} + \frac{\partial(w\rho)}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(K_h \frac{\partial(\rho)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_h \frac{\partial(\rho)}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_v \frac{\partial(\rho)}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

ここで各変数は慣例に従うものとする。コリオリの因子、水平方向の渦動粘性係数および水平方向の渦動拡散係数は定数とし ($f=8.34 \times 10^{-5}/s$, $A_h=10m^2/s$, $K_h=30m^2/s$)、鉛直方向の渦動粘性係数および渦動拡散係数は成層の安定を表すリチャードソン数 (Ri) の関数として与える。つまり、

$$A_v = A_{v0} e^{-1.5 Ri}, \quad K_v = K_{v0} e^{-1.0 Ri} \quad \text{ただし} \quad Ri = (-g \frac{\partial \rho}{\partial z}) / \left(\rho_0 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right)$$

ここで、 A_{v0} および K_{v0} は非成層時の渦動粘性係数および渦動拡散係数で $A_{v0}=2.0 \times 10^{-3} m^2/s$, $K_{v0}=1.0 \times 10^{-4} m^2/s$ とする

本研究では、これらの方程式を差分化し、数値解析するにあたり、オペレータースプリットング法を用いた。この方法は1つの時間ステップをさらに3段階に分割し、各々の段階で考慮される項に適した差分式を用い、部分的にimplicit法を用いて全体の計算時間の短縮を図るものである。第1段階では、 x および y 方向の運動方程式については、すべての移流項と水平方向の渦動粘性項を取り入れ、密度方程式については、移流項および拡散項のすべての項を取り入れる。この段階では時間に対して2次精度を持つexplicitなAdams-Bashforth法を用いる。第2段階では、 x および y 方向の運動方程式の鉛直渦動粘性項およびコリオリ項を取り入れることにし、implicitなCrank-Nicholson法を用いる。第3段階では、連続方程式、 z 方向の運動方程式および x, y 方向の運動方程式の圧力項を取り入れる。詳細は文献(1)によるものとする。

3. 数値解析結果とその考察： 対象とする水域として、図1に示すように、40mの様な水深を持つ1辺30kmの正方形の湖を考える初期条件として、水深15m付近に温度躍層が存在するような連続的な温度分布を与える。計算時間は120時間とし、空間的にも時間的にも一様な風を計算の最初の12時間にわたり吹送させる。

図2は、風が止んだ直後の縦断方向(風の吹送方向)断面の水位と躍層の変動を示しており水位は吹き寄せにより風下側が高く、逆に躍層は風上側で高くなっていることがわかる。図3は、図1に示すS1, S2, S3およびS4各点の躍層付近での水温の時間的変化を示したものである。この図から風の吹送方向の右岸側(S1点)において、風の停止とともに大きな温度変動が発生し、この変動によって生じた水温の高いフロントが湖を反時計回り

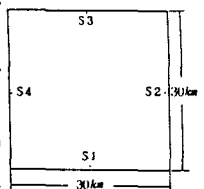


図1：モデル湖の形状

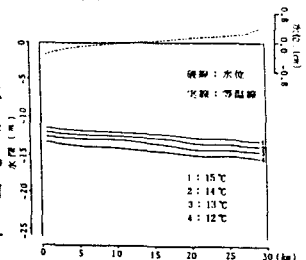


図2：縦断面の水位と温度の縦断

Yoshiaki IWASA, Kazuya INOUE, Huihua SHEN, Masayoshi HIROSE

に回転しながら伝播していることがみられる。この図よりこの波の伝播時間は約80時間と見積られる。Csanadyらの2層モデルにおける内部ケルビン波の理論²⁾によれば、内部ケルビン波の周期は、対象とした水域においては76.8時間と計算され、これは先の結果とほぼ一致している。上記の高水温域の伝播は内部ケルビン波と考えられよう。また、計算結果によれば躍層の振幅は3mにも達しているのに対し、水面の振幅はわずか1cmにも満たない。これは、表面モードと内部モードの差異として従来から得られている結果と定性的に一致している。図4は、水域の躍層付近の温度の時間的変化を示したものである。この図より、温度の変化には慣性周期 $T=2\pi/f=20.8$ 8時間よりやや短い周期の変動が含まれていることがわかる。この周期は2層モデルにおける内部ポアンカレ波の基本モードの周期18.8時間とほぼ一致していることから、この温度変動は内部ポアンカレ波によるものと考えられる。これらの2つの代表的な内部波が表層流速に及ぼす影響は図5にみられる。すなわち、沿岸域にみられる大きな流速は内部ケルビン波によって引き起こされたとみなされるときに、この流れは岸に平行な方向に卓越し、さらに沿岸域を反時計回りに伝播することがわかる。また中央域では、流れは内部ポアンカレ波の周期と同じ周期で時計回りに回転しており、内部ポアンカレ波によって発生したとみられよう。

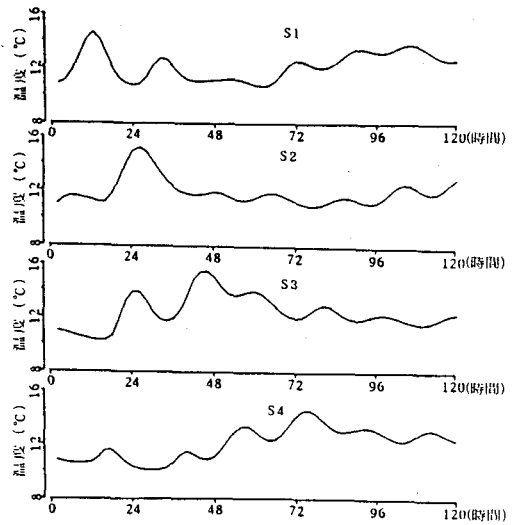


図3：沿岸域の各点の躍層付近の温度変動

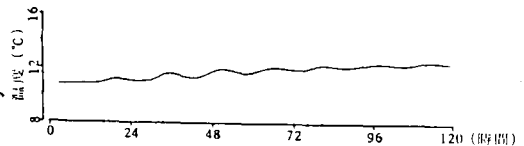


図4：中央域の躍層付近の温度変動

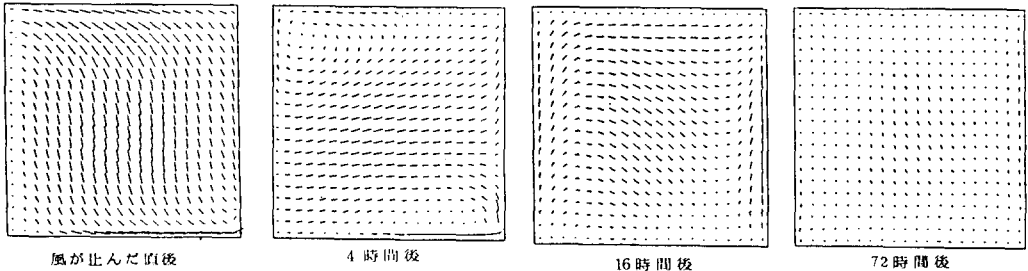


図5：表層の流速ベクトル図

4. おわりに： オペレータースプリットングは、計算式はやや複雑なものの、大きな時間ステップが許容されるので、全体の計算時間はexplicit法より短いことが期待される。また、この方法によって成層した水域の3次元的な流れが解析できることが確かめられるとともに、内部ケルビン波および内部ポアンカレ波によって引き起こされる水平方向の流れが重要な位置を占めることがわかった。

《参考文献》(1)申 輝華：京都大学修士論文,1988

(2)Csanady,G.T.:Hydrodynamics of large lakes, Annual Rev,Fluid Mech,vol.50,N02,1953