

プレキャスト床版を有する連続合成桁のクリープ・リラクセーションに関する基礎的考察

京都大学工学部 正員 渡辺 英一
春本鉄工所 正員 竹中 裕文

大阪市立大学工学部 正員 中井 博
大林組 正員 〇林 圭一

1. まえがき

PC構造物では、クリープ・リラクセーションのような長期的挙動が起こるものと考えられる。そこで本研究では、プレキャスト床版合成桁のクリープ・リラクセーション現象の解明に焦点を絞り、線形粘弾性理論および数値逆ラプラス変換を応用することによりこのような経時挙動を解析した。

2. 解析手法

まず、クリープ・リラクセーションが生じる部分を3要素モデル(図1)を考え、線形粘弾性体と仮定する。

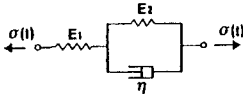


図1 3要素モデル

3要素モデルにおいて $\bar{E}(s)$ はラプラス像空間 s における見かけのヤング率で、これは式(1)で与えられる。

$$\bar{E}(s) = E_1 \frac{s + \mu}{s + \lambda}, \quad \mu = \frac{E_2}{\eta}, \quad \lambda = \frac{E_1 + E_2}{\eta} \quad \dots(1)$$

そこで、弾性体に対しては現空間において、粘弾性体に対してはラプラス像空間において、つり合い式を求め、それらを像空間で合成すると合成桁全体のつり合い式が得られる。ついで、得られた像空間の解を数値逆ラプラス変換して現空間での解を求める。

3. 数値解析のための定式化

3.1 プレキャスト床版単体について

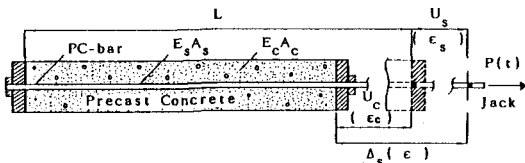


図2 プレキャスト床版単体

プレキャスト床版には、図2に示すようにプレストレス $P(t)$ が作用する。ここで、 $P(t)$ は次式で表せる。

$$P(t) = P_0 \{ \alpha + (1 - \alpha) e^{-\kappa t} \} \quad \dots(2)$$

ここで、式(2)をラプラス変換すると次式が得られる。

$$\bar{P}(s) = P_0 \frac{s + \alpha \kappa}{s(s + \kappa)} \quad \dots(3)$$

式(3)より、ラプラス像空間におけるプレキャスト床版のひずみ $\bar{\epsilon}_c(s)$ は次式となる。

$$\bar{\epsilon}_c(s) = - \frac{P_0 (s + \lambda)(s + \alpha \kappa)}{E_1 A_c (s + \mu) s (s + \kappa)} \quad \dots(4)$$

次に、プレキャスト床版とPC鋼棒との緊張条件より、パラメータ α, κ を決定する。図2より、床版とPC鋼棒のひずみの間には次の関係式が成り立つ。

$$|\epsilon_c(t)| + \epsilon_s(t) = \Delta_s / l = \text{const} \quad \dots(5)$$

式(5)をラプラス変換すると次式となる。

$$s |\bar{\epsilon}_c(s)| + s \bar{\epsilon}_s(s) = \Delta_s / l = \text{const} \quad \dots(6)$$

式(6)に式(4)を代入して整理すると次のようになる。

$$\frac{P_0 (s + \alpha \kappa) \{ (E_s A_s + E_1 A_c) s + \mu E_1 A_c + \lambda E_s A_s \}}{E_1 A_c E_s A_s (s + \kappa) (s + \mu)} = \text{const} \quad \dots(7)$$

したがって、 α, κ は以下のように求められる。

$$\kappa = \frac{\lambda + \mu \frac{E_c A_c}{E_s A_s}}{1 + \frac{E_c A_c}{E_s A_s}}, \quad \alpha = \frac{\mu}{\lambda} \frac{1 + \frac{E_c A_c}{E_s A_s}}{1 + \frac{\mu E_c A_c}{\lambda E_s A_s}} \quad \dots(8)$$

式(8)を式(4)に代入して、得られた結果を逆ラプラス変換すると $\epsilon_c(t)$ は次のように求められる。

$$\epsilon_c(t) = - \frac{P_0}{E_1 A_c} \left\{ \frac{\lambda}{\kappa} + \left(1 - \frac{\lambda}{\kappa} \right) \right\} e^{-\kappa t} \quad \dots(9)$$

3.2 プレキャスト床版合成桁について

プレストレスを導入された床版部分はクリープで軸収縮するため、鋼桁と合成すると床版部分の応力状態は変化し、鋼桁部分には新しい応力が発生する。

Eiichi Watanabe, Hiroshi Nakai,

Hirofumi Takenaka, Keiichi Hayashi

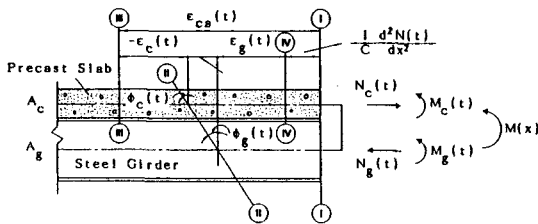


図3 合成桁縦断面

外力による曲げモーメント $M(x)$ が合成桁に作用すると、コンクリート断面と鋼桁断面には、それぞれ曲げモーメント $M_c(t)$, $M_g(t)$ と軸力 $N_c(t)$, $N_g(t)$ が生じる。したがって、ラプラス像空間におけるつり合い、適合、構成式は次式のように表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{N}_c(s) &= -\bar{N}_g(s) \\ \bar{M}_c(s) + \bar{M}_g(s) - \bar{N}_c(s) \cdot e &= M(x) \\ \bar{\phi}_c(s) &= \bar{\phi}_g(s) \\ \bar{E}c a(s) &= \bar{E}g(s) - \bar{E}c(s) - \bar{\phi}_c(s)e \\ &\quad - 1/C \cdot d^2 \bar{N}_c(s) / dx^2 \end{aligned} \right\} (10)$$

$$\bar{\phi}_c(s) = \frac{\bar{M}_c(s)}{\bar{E}c(s)I_c}, \quad \bar{\phi}_g(s) = \frac{\bar{M}_g(s)}{\bar{E}gI_g}$$

$$\bar{N}_c(s) = \bar{D}c(s) \bar{E}c(s), \quad \bar{N}_g(s) = \bar{D}g \bar{E}g(s)$$

式(10)の8元1次連立方程式を解くことにより、ラプラス像空間における解が得られ、これに数値ラプラス逆変換を施すことにより現空間での解が求まる。

ここに、添字の c はコンクリート部分、 g は鋼桁部分を表し、 $\bar{N}(s)$, $\bar{M}(s)$, $\bar{\phi}(s)$, $\bar{E}(s)$ はそれぞれ軸力、曲げモーメント、曲率、ひずみである。 $\bar{E}_{cg}(s)$ は合成を無視した場合のひずみで式(9)で与えられる。

なお、コンクリートと鋼桁の合成は曲げモーメントが正の部分では完全合成、負の部分では非完全合成とし弾性合成係数 ξ ($=\sqrt{C_0/C}$: $C_0=20 \text{ tonf/cm}^2$) については別途実験結果¹⁾より $\xi=2.0$ を採用した。

連続合成桁における解は共役ばり法を用いることにより簡単に求めることができる²⁾。

4. 数値解析例

数値解析を行うにあたり、3要素モデルの粘弾性定数はプレキャスト床版単体の実験結果より同定した²⁾。得られた粘弾性定数が表1に示されている。

解析結果を図4～6に示す。

5. 結論

本研究による解析解と実験値とを比較した結果、両者の間に十分な相関関係が認められた。これにより、今後プレキャスト床版合成桁の設計、維持管理を行う上での有用なデータを提供できれば幸いである。

表-1 粘弾性定数

E1	E2	ρ	α	β	κ	τ	T
3.0×10^5 (kgf/cm ²)	1.05×10^5 (kgf/cm ²)	0.35	0.57	2.19	3.0×10^{-3} (1/day)	5.9×10^7 (day·kgf/cm ²)	580 (day)

$$\rho = E_2 / E_1, \quad \beta = (1 + \rho) / \rho \cdot \alpha, \quad T = \tau / E_2$$

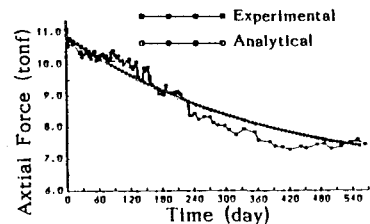


図4 時間-軸力 関係図(PC床版単体)

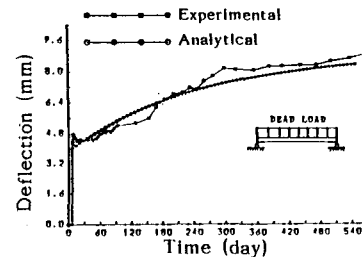


図5 時間-たわみ 関係図(単純合成桁2mm中央)

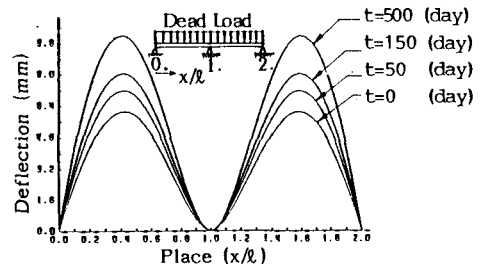


図6 場所(x/l)-たわみ関係図(2mm連続合成桁)

<参考文献>1)プレキャスト床版を有する連続合成桁のスタッドに関する実験的研究：土木学会関西支部論文概要集I-37 1987 2)プレキャスト床版合成桁のクリープ・リラクセーションに関する基礎的考察：構造工学論文集Vol.33A 1987