

有限振幅波による底面摩擦係数の評価

名城大学(正) 岩垣雄一・京都大学(正) 浅野敏之・兵庫県〇(正) 雨宮 功

1.はじめに 底面波動境界層の特性を理解することは、波高減衰や底質移動の機構を解明する上できわめて重要である。しかし、乱流境界層に対する研究は、層流境界層と比較して少なく、特に非線形型の効果については十分な解明が行われていない。本研究は、境界層外縁での流速変動に含まれる有限振幅性や、境界層方程式の非線形性が、底面摩擦力に与える効果を数値計算により調べたものである。

2.基礎方程式 Prandtlの混合距離理論に基づく乱流境界層の基礎方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (\kappa z)^2 \frac{\partial u}{\partial z} \left| \frac{\partial u}{\partial z} \right| \right\} \quad (1)$$

ここで u, w はそれぞれ水平、鉛直方向の水粒子速度成分、 ρ は流体の密度、 p は圧力、 κ はカルマン定数である。(1)式の右辺第1項の圧力項は、境界層外縁の水平方向水粒子速度 u_0 から次式によって計算される。 $-(1/\rho) \partial p / \partial x = \partial u_0 / \partial t + u_0 \partial u_0 / \partial x$ (2)

さらに、連続式と連立することにより未知量 u, w が求まる。

次に、(1)、(2)式の無次元化を行う。境界層厚が十分小さいことを考慮して、 u と w, x と z に対して異なる無次元化を行う。水粒子速度振幅の代表値を u_0 、波数を k とすると、

$$u = \bar{u} u_0, w = (u_0/c) \bar{w}, x = \xi/k, z = (u_0/c) \zeta/k, t = \tau/\omega, u_0 = \bar{u}_0 u_0 \quad (3)$$

さらに、(1)式右辺第2項の渦動粘性係数に相当する項は、

$$(\kappa z)^2 \partial u / \partial z = \kappa^2 (u_0/c) (u_0/k^2) \zeta^2 (\partial \bar{u} / \partial \zeta) = (u_0/c) (u_0/k) \hat{K} \quad (4)$$

$$\text{ただし、} \hat{K} = \kappa^2 \zeta^2 (\partial \bar{u} / \partial \zeta) \quad (5)$$

となる。以上により(1)、(2)式の無次元表示式は次式となる。

$$\partial \bar{u} / \partial \tau + \varepsilon (\bar{u} \partial \bar{u} / \partial \xi + \bar{w} \partial \bar{u} / \partial \zeta) = \partial \bar{u}_0 / \partial \tau + \varepsilon \bar{u}_0 \partial \bar{u}_0 / \partial \xi + (\partial / \partial \zeta) \left\{ \hat{K} \partial \bar{u} / \partial \zeta \right\} \quad (6)$$

すなわち、境界層方程式中の非線形項は $\varepsilon (=u_0/c)$ なる微小量だけ線形項より小さいことがわかる。一方、境界条件として与える境界層外縁流速には、ストークス波に対しては ka (a は波の振幅)、ハイパボリック波に対しては波高水深比 H/h が微小パラメーターとして導入される。すなわち、境界層の解析には少なくとも二つ以上の微小パラメーターが関与することになる。(6)式の計算にあたっては有限要素法を適用したが、解析の詳細については文献¹⁾に譲る。

3.計算方法 境界層外縁における水粒子速度と圧力は、ストークス波の3次近似解および岩垣・塩田²⁾が導いたハイパボリック波の2次近似解で与えた。両理論の適用限界はアーセル数 U_r で判定し、 $U_r \leq 2.5$ では3次のストークス波理論を、 $U_r > 2.5$ では2次のハイパボリック波理論を用いた。底面せん断応力 τ を求めるためには、底面での水粒子速度の z 方向勾配 $\partial u / \partial z|_{z=z_0}$ ($z_0 = k_0/30$, k_0 はNikuradseの粗度高さ)を計算する必要がある。しかし、本解析では水粒子速度を各節点において離散的にしか求めることができないため、スプライ

ン関数を用いて $\partial u / \partial z|_{z=z_0}$ の値を推算し、 τ_b を求めた。

摩擦係数 f_w は次の定義式に基づいて算出した。 $\tau_{b, \max} / \rho = f_w u_{pc}^2 / 2$ (7)

ここに、 $\tau_{b, \max}$ は底面せん断応力 τ の波の 1 周期間の最大値、 u_{pc} は境界層外縁における波の峰での水粒子速度である。一方、せん断応力によってなされる仕事 P から、次式のようなエネルギー減衰係数 f_e を定義する。

$$f_e = 3\pi \bar{P} / 2\rho \hat{u}_p^3 \quad (8) \quad \bar{P} = - \int_{-h}^{\eta} \tau \frac{\partial u}{\partial z} dz = \int_{-h}^{\delta_w} \frac{\partial \tau}{\partial z} u dz \quad (9)$$

ここに、 δ_w は波の境界層厚さである。

4. 結果ならびに考察 従来、完全粗面乱流における摩擦係数 f_w は、境界層外縁における水粒子軌道振幅と粗度高さの比 $u_p / \sigma z_0$ のみで記述されると考えられていた。図-1 はハイバボリック波理論を適用したときの f_w に関する計算結果を、横軸に $u_p / \sigma z_0$ をとり、波形勾配 H/L をパラメータとして表示したものである。図から H/L の増加とともに、 f_w の値が大きくなることがわかる。図中の破線は H/L の値が等しい結果の傾向を示すもので、各曲線は Jonsson による算定公式を上方に平行移動したものに近い。

一方、ストークス波理論で計算した摩擦係数 f_w は、 H/L の大きい計算ケースをとることができなかったこともあって、従来の算定公式が与える値より顕著に大きな値は得られなかった。しかし、この場合でも H/L が大きい計算ケースほど f_w の値は増加することが見出された。図-2 はエネルギー減衰係数 f_e の計算結果を横軸にレイノルズ数 $R = u_{pa} \rho / \nu$ をとって示したものである。図中には層流境界層に対する f_e の理論式 $f_e = 1.67/R^{1/2}$ --- (10)、Sleath³⁾ が波動乱流境界層の水粒子速度分布に基づいて提案した f_e の算定式、および Carsten ら⁴⁾ による実験結果を示した。本計算結果は Carsten らの実験値とほぼ一致している。なお計算結果のパラメータ $u_p / \sigma z_0$ および H/L への依存性については、はっきりした傾向は得られなかった。

(参考文献) 1) 浅野・岩垣：京都大学防災研究所年報、29号B-2、1986。 2) 岩垣・塩田：第26回海岸工学講演会論文集、1979。 3) Sleath：Coastal Engg., Vol. 6, 1982。

4) Carsten et al.: CERC Tec. Memo, No. 28, 1969。

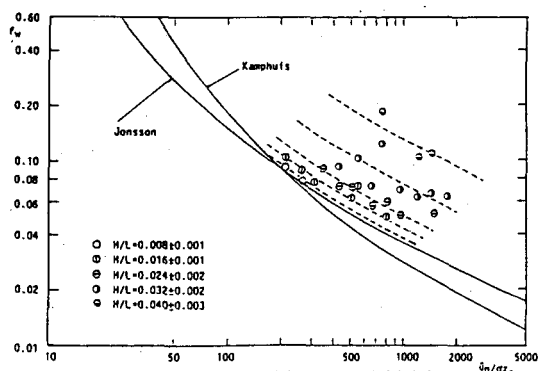


図-1 摩擦係数の計算結果

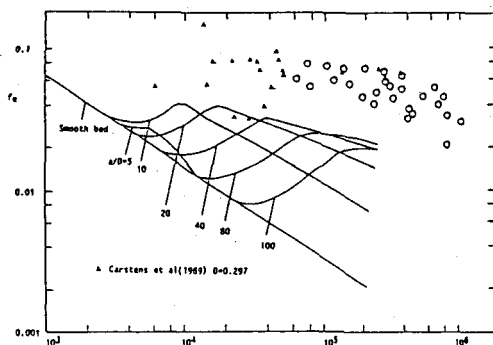


図-2 エネルギー減衰係数の計算結果