

流れと水深の変化による波の変形

京都大学大学院 学生員 ○古田幸也
 京都大学工学部 正員 間瀬 肇
 名城大学理工学部 正員 岩垣雄一

1. 緒論 海岸・港湾構造物等の設計にあたっては、波による外力を推算することは重要であり、そのため、波の変形をできるだけ正確に把握しておくことが必要となる。本研究では、multiple scale 法によって屈折・回折方程式を誘導し、その式を用いて流れと水深が変化する場における波高変化を計算する。一方、Kirby (1984) が既に誘導した放物型屈折・回折方程式の数値計算を行い、両者の比較・検討を行う。

2. Multiple scale 法による屈折・回折方程式の誘導 まず、解くべき基礎式と境界条件を示す。流れ U が存在する場における波の速度ポテンシャル ϕ の支配方程式、表面における境界条件式および底面における境界条件式は、それぞれ次のように書き表される。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0, \quad -h < z < 0 \quad (1) \quad \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{1}{g} \frac{D^2 \phi}{Dt^2} = 0, \quad z = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y}, \quad z = -h \quad (3) \quad \text{ただし、} \frac{D^2}{Dt^2} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \cdot \nabla \right) \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \cdot \nabla \right)$$

これらの式より、次の速度ポテンシャル

$$\left. \begin{aligned} \phi &= -\frac{ig}{\sigma} A(x, y, t) f(x, y, z) \exp\{i(k_0 x - \omega t)\} + O(\varepsilon^2) \\ f(x, y, z) &= \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}, \quad \sigma = \omega - kU \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

を持つ波の振幅 A の変化を表わす方程式を誘導する。ただし、波は主に x 方向に伝播している場合を考えている。ここで、 A は $O(\varepsilon)$ (ε は波形勾配程度の微小パラメータ)、 σ は流れに相対的な波の角周波数、 k_0 は初期条件として与える基準の波数である。ここで、以下のような異なったスケールの独立変数を導入する。

$$x \rightarrow x, \quad x_2 = \varepsilon^2 x, \quad y \rightarrow y, \quad y_1 = \varepsilon y, \quad y_2 = \varepsilon^2 y, \quad t \rightarrow t, \quad t_2 = \varepsilon^2 t \quad (5)$$

変数 x, t は通常の波の時空間変動のスケールを表すための独立変数であり、 x_2, y_1, y_2, t_2 はゆっくりとした時空間変動のスケールを表すために用いられる独立変数である。次に速度ポテンシャル ϕ を次のように展開する。

$$\phi = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n \phi_n(x_2, y_1, t_2, z) e^{i\psi}, \quad \psi = \int_{x_2}^x k(x_2, y_1) dx - \omega t \quad (6)$$

以上の式を用いて、式(1), (2), (3)を書きかえ、境界値問題が解を持つための条件として、solvability condition の式に代入して

Yukiya FURUTA, Hajime MASE and Yuichi IWAGAKI

$$2i(kCC_0 + \sigma U) \left(\frac{A}{\sigma} \right)_{x_2} - 2(k_0 - k)(kCC_0 + \sigma U) \left(\frac{A}{\sigma} \right) + i(kCC_0)_{x_2} \left(\frac{A}{\sigma} \right) + \left\{ CC_0 \left(\frac{A}{\sigma} \right)_{y_1} \right\} - i \{ \nabla_2(kU) \cdot U \} \left(\frac{A}{\sigma} \right) + 2iV\sigma \left(\frac{A}{\sigma} \right)_{y_1} = 0 \quad (7)$$

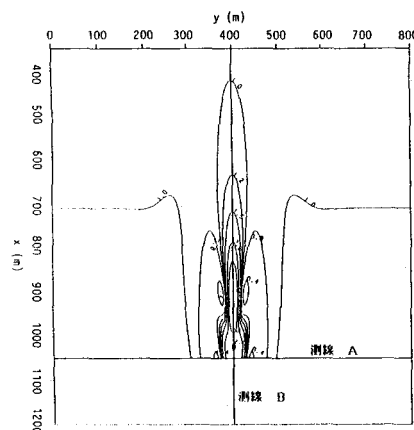
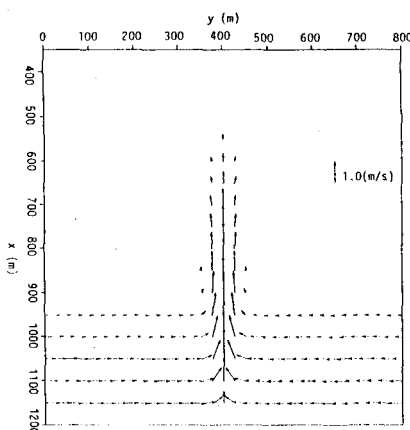
この式で、オーダリングのためのパラメータ ε は 1 とおくことができ、その結果、 $x_s \rightarrow x$, $y_s, y_e \rightarrow y$ とみなせばよい。式(7) が流れと海底地形が変化する場における波の屈折・回折方程式である。ここで、流れが存在しない場合を考えると、式(7) は Radder が導いた放物型方程式に一致する。

3. 屈折・回折方程式の数値計算結果 流れの場合としては、図-1 に示したものをを用いた。

海底勾配は $1/50$ と

し、 $x=1200\text{m}$ が汀線である。初期値は $x=0\text{m}$ で $|A_0| = 1.0\text{m}$ とした。

図-2 は入射波の周期 $T=8.0\text{sec}$ の場合の波の等振幅線であり、図-3 は図-1 に示した測線 A に沿っての振幅



$|A|$ の分布、図-4 は 図-1 ベクトル表示した流れのパターン

同じく測線 B に沿っ

ての振幅 $|A|$ の分布を示したものである。図-3 を見ると、 $y=400\text{m}$ 付近では、Kirby の方程式の方が著者らの方程式よりも大きい振幅となる。他の領域では両者はほぼ同一の振幅となる。図-4 を見ると、 $850\text{m} < x < 950\text{m}$ の領域では、著者らの方程式の方が Kirby の方程式より振幅が大きくなるが、他の領域では著者らの方程式の方が振幅が小さくなる。周期 T を変化させた計算も行ったが、水深が比較的大きい領域においては、著者らの方程式の計算結果は Kirby の方程式の結果とほとんど一致する。しかし、水深が浅くなると、著者らの方程式および Kirby の方程式の振幅の計算結果に若干の差が現われてくるようになる。すなわち、入射波の周期が小さい場合には、著者らの方程式による振幅の方が、Kirby の方程式によるものより値は小さくなる。入射波の周期が大きい場合には、逆に著者らの方程式による結果の方が、Kirby の方程式による結果よりも大きくなる。

図-2 波の等振幅線

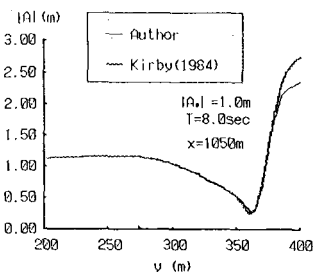


図-3 波の振幅変化(測線A)

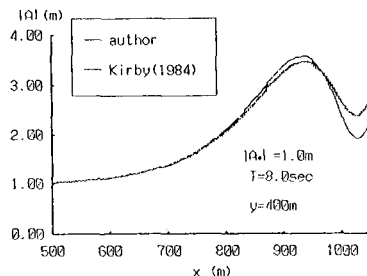


図-4 波の振幅変化(測線B)