

地下水流動モデルの誤差伝播特性

京都大学防災研究所 正 員 池淵周一

大 阪 府 正 員 森岡武一

京都大学大学院 ○学生員 村田 啓

1. はじめに 盆地等での不圧地下水の平面二次元流動モデルをGalerkin法、有限要素法を用いて、空間的、時間的に離散化して解析するとともに、透水係数、有効間隙率、基盤高さ、外力項および、境界流入量の各パラメータが時、空間的に地下水頭に与える影響を考察する。

2. 基礎方程式とその初期条件および境界条件 浅層地下水の平面二次元流の基礎方程式は次式で表せる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \{k(h-z) \frac{\partial h}{\partial x}\} + \frac{\partial}{\partial y} \{k(h-z) \frac{\partial h}{\partial y}\} + Q = n' \frac{\partial h}{\partial t}$$

初期条件、Dirichlet境界条件、Neumann境界条件はそれぞれ次式で表されるものとする。

初期条件 : $h(x, y, t)_{t=0} = h_0(x, y)$

Dirichlet 境界条件 : $h|_{\Gamma_1} = h(x, y, t)$

Neumann 境界条件 : $k(h-z) \frac{\partial h}{\partial x} n_x + k(h-z) \frac{\partial h}{\partial y} n_y |_{\Gamma_2} = q(x, y, t)$

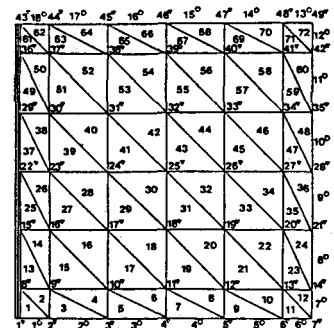
ただし、 h :地下水位、 k :透水係数、 n' :有効間隙率、 z :基盤高さ、 Q :外力項、 q :Neumann境界流入量、 Γ_1 :Dirichlet境界、 Γ_2 :Neumann境界である。

3. 対象領域と系マトリックス方程式 対象領域は仮想領域でありFig.1のように区別される。基礎方程式にGalerkin法を用い、空間的には有限要素法、時間的には、差分法を用いて離散化すると系マトリックス方程式として次式が得られる。

$$A h = B h' + c$$

h :現在のステップでの地下水位ベクトル、 h' :前ステップでの地下水位ベクトル、 A, B :係数マトリックス、 c :外力項などの含まれるベクトルであり、また、マトリックスに含まれるパラメータは、 $A, B: k, n', z$ 、 $c: Q, q, n'$ である。

4. シミュレーション方法 系マトリックス方程式に含まれる k, n', z, Q, q といったパラメータを正規乱数で模擬する。ただし、5種類のパラメータのうち1種類だけ、しかも k, n', z, Q についてはNode10においてのみ、 q についてはNode14、21の間でのみ誤差をもつとしている。各パラメータについて発生させたおのおのの乱数に対してマトリックス方程式が決まり、それを解くことによって地下水位が求められる。したがって、乱数は100個発生させているため、各タイムステップごとに h も100個それに対して求められることになる。この100個の h の平均値 $E(h)$ および、標準偏差



12---Neumann boundary No.1

12---Node No.1

1---Element No.1

Fig.1 要素区分

Shuichi IKEBUCHI, Takekazu MORIOKA, Hiromu MURATA

SD(h) を求め、その空間的分布、時間的推移の特性を調べる。

5. 典型的な誤差の伝播特性 シミュレーションによって求められた誤差の伝播特性を Fig.2 ~ Fig.6 に示す。誤差を持つパラメータが k の場合を Case=K とし、以下 n' の場合を Case=N、 z の場合を Case=Z、 Q の場合を Case=Q、 q の場合を Case=F としている。Fig.2,3 は標準偏差の空間的分布を表しており、Fig.4~6 は標準偏差の時間的推移を表している。Fig.2 は Case=K の場合のグラフを示しているが、このグラフの形状は Case=K および Case=Z に共通してみられ Node10 の周辺が凸形になり、Node10 では凹形になるという特徴がある。Fig.3 は Case=N の場合を示すが、これはパラメータが誤差をもつ Node において SD(h) が最大となっており、Case=N, Case=Q, Case=F に共通してみられる。ただし、Case=F ではグラフの凸部は Node=14, 21 になっている。Fig.4 は Case=K の場合を示しているがその形状は Case=K, Case=Z に共通しており、上に凸のなめらかな曲線である。Fig.5 は Case=Q の場合のグラフでタイムステップ 1 で最大値をとり、その後は下に凸のなめらかな曲線であり、Case=Q, Case=F に共通してみられる特徴である。ただし、Case=Q では、Node14 におけるグラフがこのような形状となる点が異なる。また、Fig.6 は Case=N にのみ、みられる。これは平均水位の時間的推移のグラフによく似た形状となっている。

6. おわりに このシミュレーションは、ごく限られた場合のものであるが、地下水位の標準偏差がある一定値に収束するという傾向や、標準偏差が平均値に較べ非常に小さいということ、また、標準偏差の空間的な伝播の特徴など、浅層地下水の平面二次元流動モデルにおけるパラメータの誤差がどのように地下水位に影響していくかを示唆している。

【参考文献】

1) 有限要素法流体解析、川原 睦人著、日科技連出版社、1985年

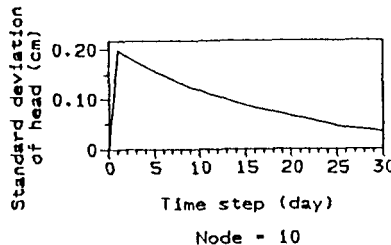


Fig.5 標準偏差の時間的変化 (Case=Q)

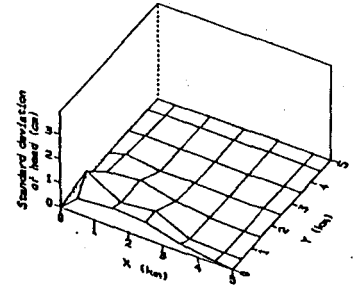


Fig.2 標準偏差の空間的分布 (Case=K)

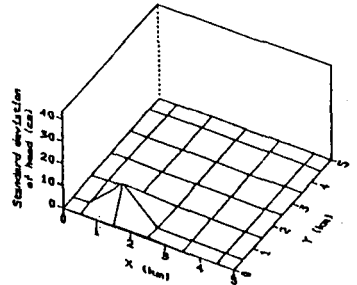


Fig.3 標準偏差の空間的分布 (Case=N)

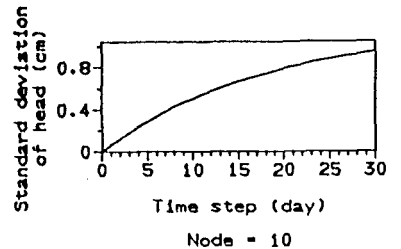


Fig.4 標準偏差の時間的変化 (Case=K)

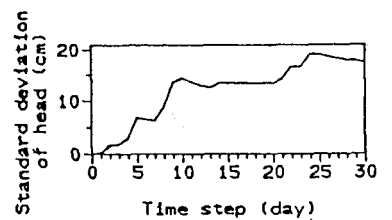


Fig.6 標準偏差の時間的変化 (Case=N)