

掃流砂から浮遊砂への遷移確率について

京都大学工学部 正 員 中川 博次 京都大学工学部 正 員 村上 正吾
阪急電鉄 正 員 八杉 隆 京都大学大学院 学生員○後藤 仁志

1. まえがき 河川における非平衡流砂現象を理解するためには、掃流砂・浮遊砂を統一的に取り扱った bed material load の流送モデルが有効である。本研究では、この統一モデルを構成するサブシステムのひとつである掃流砂から浮遊砂への遷移確率密度についての検討を行う。

2. 掃流砂から浮遊砂への遷移基準 中川ら¹⁾の考え方に従い掃流運動を saltation で代表させ、床面との衝突・反発の際の初速度によって決まる決定論的軌跡上を運動する粒子を掃流砂と定義し、この軌跡から水流の乱れ的作用によって急激に偏倚し、ランダム運動する粒子を浮遊砂と定義する。つまり、決定論的 saltation 軌跡からの鉛直偏倚量に限界値が存在し、微小時間内の偏倚量が限界値以下なら粒子は掃流運動を続け、限界値以上なら浮遊運動に移ると考えて、これを遷移基準とする。概念図を図 - 1 に示す。決定論的 saltation 軌跡から偏倚する粒子の決定論的軌跡上の粒子に対する鉛直方向相対速度 V_g と鉛直偏倚量 ξ の間に式(1)の関係があるとし、これを初期偏倚 ξ_1 の周りでテーラー展開すると、鉛直偏倚量に関する方程式(2)を得る。この方程式は、初期値の与え方によって解の挙動が異なり、初期値が式(3)の鉛直限界偏倚量 ξ_c より小さければ一定値に収束し、大きければ発散する。この鉛直限界偏倚量は乱れによって初期偏倚を与えられた時点での鉛直方向相対速度（偏倚を開始す時点での乱れと同じオーダーと見なして式(4)で与える。）のみによって決まる。この考え方により、無次元掃流力 τ_* に対して決まる平均的 saltation 軌跡上の各点で鉛直限界偏倚量を求めたのが、図 - 2 である。

3. 時間あたりの遷移確率密度 遷移する粒子の速度を粒子に作用する乱れ速度 V' と同一視し、全ての乱れが遷移に有効とすると、時間あたりの遷移確率密度は、式(5)で表せる。遷移は微小時間に生じる現象であるから、ある時間 t_c （遷移の時間スケールに当たる。）以内の遷移が有効であると考えて遷移の状態確率を $\text{Prob.}[t < t_c]$ とし、時間あたりの遷移確率密度を式(6)で表す。遷移の時間スケールについては、乱れを正弦波で与えた際に、粒子が鉛直限界偏倚量 ξ_c だけの応答を示すときの正弦波の周期と関連付けて定める。平均的 saltation 軌跡上の各点での遷移確率密度 p_r を求めて、図 - 3 に示す。

$$V_g = \frac{d\xi}{dt} = f(\xi) \quad \text{--- (1)}$$

$$f(\xi) = \frac{d\xi}{dt} = f(\xi_1) + f'(\xi_1)\xi + \frac{f''(\xi_1)}{2}\xi^2 \quad \text{--- (2)}$$

$$\xi_c = \frac{\pm \sqrt{\frac{3}{V_g^2} \left(\frac{dV_g}{dt} \right)^2 - \frac{2}{V_g} \frac{d^2 V_g}{dt^2} - \frac{1}{V_g} \frac{dV_g}{dt}}}{\frac{1}{V_g^2} \left(\frac{d^2 V_g}{dt^2} - \frac{1}{V_g} \left(\frac{dV_g}{dt} \right)^2 \right)} \quad \xi = \xi_1 \quad \text{--- (3)}$$

$$p_{1a} = \int_0^\infty (V' / \xi_c) dV' \quad \text{--- (4)}$$

$$V_g = \beta_1 V' \quad (\beta_1 \text{ は定数}) \quad \text{--- (5)}$$

$$p_r = p_{1a} \cdot \text{Prob.}[t < t_c] \quad \text{--- (6)}$$

4. 計算結果の考察 この様にして算定した遷移確率密度を、掃流砂を拡散源とした拡散モデルに適用すると浮遊砂の濃度分布や基準面濃度の算定が可能となる。掃流砂から浮遊

$$-\frac{\partial}{\partial y} \left(u_n C + \varepsilon_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) = S(y) \quad (7)$$

$$S(y) = \int_0^h p_i v g A_i d^3 f_n(y_0) dy_0$$

砂への遷移による生成項 $S(y)$ を考慮した拡散方程式は、式(7)で表され、生成項は掃流砂濃度と遷移確率密度との積で与えられる。掃流砂の存在確率密度を吉川・山田式²⁾で与え、流砂量公式（いわゆるSwiss公式を用いた。）から掃流砂濃度を逆算し先に求めた遷移確率密度とともに式(7)に適用して濃度分布を求め、ABS粒子による実験と比較したのが、図-4である。つぎに、平均化した掃流砂濃度と遷移確率密度とを用いて浮遊砂の基準面濃度を求め実験値と比較したのが、図-5である。何れの場合も、計算値と実験値とは、ほぼ良好な一致を示している。

5. あとがき 本研究では、平均的 saltation 軌跡上で掃流砂から浮遊砂への遷移基準および遷移確率密度の評価を行い、これを用いて算定した浮遊砂の濃度分布および基準面濃度が、実験値とほぼ良好な一致を示すことを確かめた。今後は、saltation 初速度の分布形の考慮、遷移の時間スケールの検討などを更に進めて、遷移確率密度をより詳細に検討して行きたい。

参考文献

- 1) 中川・辻本・村上・旗持：第29回水理講演会論文集，1985。
- 2) Kikkawa and Yamada：Proc. 3rd Int'l Symp. on Stochastic Hydraulics, Tokyo, 1980.

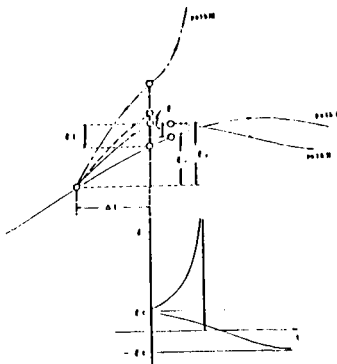


図 - 1

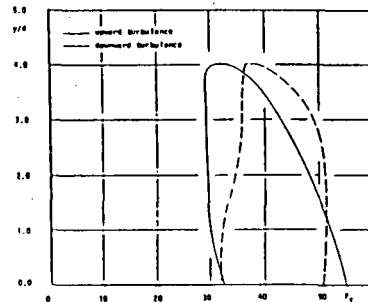


図 - 3

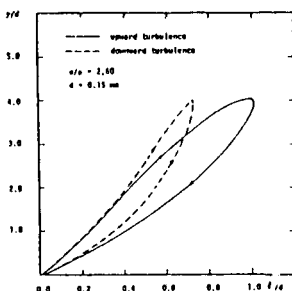


図 - 2

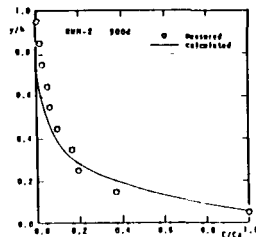


図 - 4

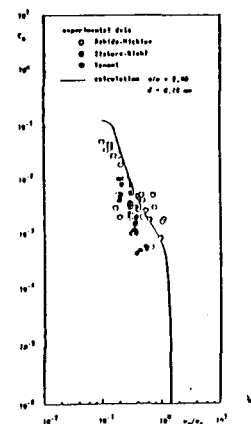


図 - 5