

フランジの剛度を考慮したプレートガーダー腹板の弾塑性有限変位解析

関西大学工学部 正会員 米澤 博

関西大学工学部 正会員 堂垣正博

日産建設㈱ 正会員○中出 陸

1. まえがき 今日までプレートガーダーの終局強度に関する研究は極めて広範囲になされているが、フランジの剛性に注目したプレートガーダーの非線形挙動と終局強度を弾塑性有限変位解析によって明らかにした研究は比較的少ないようである。ここでは、上下フランジの水平および鉛直曲げ剛度とねじり剛度が純曲げを受けるプレートガーダーの非線形挙動と終局曲げ強度に及ぼす影響を調べるため、腹板を弾塑性有限変位解析する。数値解析法に差分法を適用し、修正Newton-Raphson法によって非線形解を求める。腹板の幅厚比、上下フランジの断面積比、幅厚比および腹板の初期たわみなどが桁の終局曲げ強度に及ぼす影響を明らかにする。

2. つり合い式と境界条件 Fig.1に示す初期たわみ w_0 [$w_0 = w_{0\max} \cos(\pi x/a) \sin(\pi y/b)$] を有する腹板〔長さ a 、幅 b 、板厚 t 〕と幅 b_f 、板厚 t_f の上下フランジからなる二軸対称断面のプレートガーダーが純曲げを受ける場合を次の仮定のもとに解析する。すなわち、1) Kirchhoff-Loveの仮定。

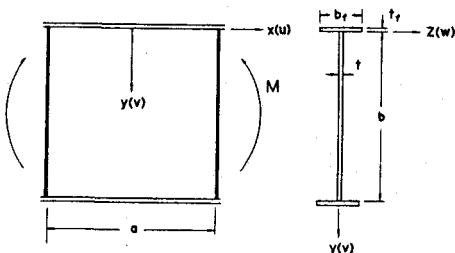


Fig.1

2) 部材は完全弾塑性体で、ひずみ硬化は考えない。

3) 降伏判定は von Mises の等価応力でを行い、Zieglerの移動硬化則を用いる。

(1) 弾塑性のつり合い式 初期たわみを有する腹板の弾塑性有限変位場の x , y , z 方向の力のつり合い式は、

$$N_x^e, x + N_{xy}^e, y - N_x^p, x - N_{xy}^p, y = 0 \quad (1)$$

$$N_{xy}^e, x + N_y^e, y - N_{xy}^p, x - N_y^p, y = 0 \quad (2)$$

$$M_x^e, xx + 2M_{xy}^e, xy + M_y^e, yy + N_x^e \bar{w}, xx + 2N_{xy}^e \bar{w}, xy + N_y^e \bar{w}, yy - M_x^p, xx - 2M_{xy}^p, xy - M_y^p, yy - N_x^p \bar{w}, xx - 2N_{xy}^p \bar{w}, xy - N_y^p \bar{w}, yy = 0 \quad (3)$$

ここに、 $\bar{w}$ は板の全たわみで初期たわみ w_0 と荷重による付加たわみ w の和である。 N_x , N_y , N_{xy} , M_x , M_y , M_{xy} は膜力、膜せん断力、曲げおよびねじりモーメントである。上添字 e , p 付きの断面力はそれぞれ板が弾塑性状態にある場合に弾性状態を仮定して求められる断面力と、断面の塑性化によって生ずる仮想断面力を示す。仮想断面力は前者から求められる von Misesの等価応力が降伏点応力を越える場合、その超過応力を板厚方向に数値積分して求められる。また、コンマに続く添字はそれに関する偏微分を表す。

(2) 境界条件 腹板は垂直補剛材上で単純支持され、純曲げ状態にあるものとすれば、

$$u - u_0 = \mp \phi(y - b/2), \quad N_{xy}^e - N_{xy}^p = 0,$$

$$\left(\int_0^b N_x^e dy + N_{fu}^e + N_{fl}^e \right) - \left(\int_0^b N_x^p dy + N_{fu}^p + N_{fl}^p \right) = 0,$$

$$\bar{w} = 0, \quad \bar{w}, xx = 0 \quad (4)$$

Hiroshi YONEZAWA, Masahiro DOGAKI and Atsushi NAKADE

となる。ここに、 u は x 方向面内変位、 ϕ は載荷辺に与える $y=b/2$ 点回りの面内回転角、 u_0 は載荷辺で軸力がゼロとなるように u を修正する変位である。また、上式の第3式はこの辺で軸力がゼロの条件で、 N_{ru} 、 N_{rl} はそれぞれ上下フランジの軸力である。また、複号のうち上側の符号は左側の垂直補剛材で、下側のそれは右側の垂直補剛材で用いる。

上下フランジ辺で腹板が弾性支持および弾性回転支持されているものとすれば、

$$\begin{aligned} N_r^e, x \pm N_{xy}^e - (N_r^p, x \pm N_{xy}^p) &= 0, \\ M_{rz}^e, xx \pm N_y^e + N_r^e v, xx \mp N_{xy}^e v, x \\ &- (M_{rz}^p, xx \pm N_y^p + N_r^p v, xx \mp N_{xy}^p v, x) = 0, \\ M_y^e \mp M_t^e, x - (M_y^p \mp M_t^p, x) &= 0, \\ M_{ry}^e, xx \pm M_y^e, y \pm 2M_{xy}^e, x + N_r^e \bar{w}, xx \mp N_{xy}^e \bar{w}, x \\ &- (M_{ry}^p, xx \pm M_y^p, y \pm 2M_{xy}^p, x + N_r^p \bar{w}, xx \mp N_{xy}^p \bar{w}, x) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

となる。ここに、 N_r は上下フランジの軸力、 M_{rz} 、 M_{ry} 、 M_t はそれぞれ上下フランジの弱軸および強軸回りの曲げモーメントとねじりモーメントである。また、複号のうち、上側の符号は上フランジで、下側のそれは下フランジで用いる。

3. 数値解析法 解析には差分法を適用し、非線形多元連立代数方程式を修正 Newton-Raphson 法により残差平衡力が許容の精度内に収まるまで反復して解く。なお、多元連立一次方程式は三角分解法で解き、演算時間の短縮を図った。また、すべての式を無次元化し、解析結果が広範な板に適用可能ようにした。

4. 数値解析結果 広範な数値計算を実施する前に、差分分割数や板厚方向の分割数と解の精度を調べた結果、 x 、 y 方向に20分割、腹板およびフランジを板厚方向に10分割すれば、精度の良い結果が得られることが分かった。なお、降伏点応力 $\sigma_p = 2400 \text{ kgf/cm}^2$ 、ヤング率 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ とした。

最大初期たわみ $w_{0\max} = b/250$ 、縦横比 $a/b=1$ 、腹板の幅厚比 $b/t=150$ 、フランジの幅厚比 $b_f/t_f=20$ の場合、フランジの断面積比 $A_f/bt=0.5 \sim 1.5$ に対する桁の端辺の面内回転角 ϕ と曲げモーメント M の関係は Fig. 2 のようになる。ここに、 M_p はプレートガーダーの全塑性モーメントである。図から明らかなように、いずれの断面積比でも初期降伏までの $M-\phi$ 曲線は直線で、その後徐々に桁の剛性が低下し、最高荷重に達する。また、断面積の増加とともに強度は増加している。

次に、種々のフランジの断面積比に対して桁の終局強度 M_u と座屈パラメータ $R = (b/t) \sqrt{(\sigma_p/E) \{12(1-\nu^2)/k\pi^2\}}$ の関係を示せば、Fig. 3 が得られる。ここに、 $k=23.9$ である。図から明らかなように、断面積比の増加によって強度の増加は著しく、特に R の大きな範囲で顕著である。その他の結果は講演会当日に述べる。

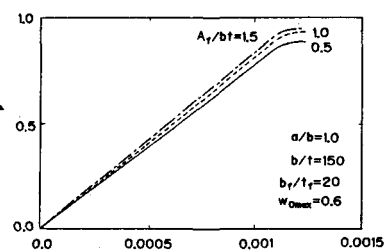


Fig.2

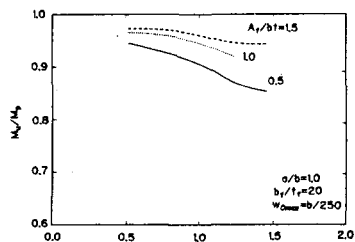


Fig.3