

弾塑性有限変位を考慮した圧縮柱の動的安定性

関西大学工学部 正会員 米澤 博

関西大学工学部 正会員 堂垣正博

京 都 府 正会員○柳迫康博

1. まえがき 柱に周期軸力が作用する場合、軸力の周期によっては静的座屈荷重よりもかなり低い荷重で柱は不安定となり、動座屈が起きる。周期軸力とその周期の関係から柱が不安定となる領域を定めた研究の多くは弾性の微小変位理論に基づく固有値解析でなされている。しかし、初期たわみや残留応力などの初期不整を含む場合には前述の解析で不安定領域を定めることはできず、材料の降伏と有限変形を考慮した動的応答解析にたよらざるを得ない。ここでは、初期たわみや残留応力を考慮し、柱に周期軸力が作用する場合の弾塑性有限変位の過渡応答を明らかにし、柱の動的安定性を検討する。

2. 運動方程式 Fig. 1 に示す両端単純支持の正方箱型断面柱(長さ l , フランジ幅 b , 厚さ t_f , 腹板高 h , 厚さ t_w)に静的圧縮力 N_1 と周期軸力 N_2 が同時に作用する場合、すなわち $N_x = N_1 + N_2 \sin \theta t$ (θ は加振円振動数)の係数励振振動を以下の仮定のもとに明らかにする。すなわち、①部材は完全弾塑性体とし、ひずみ硬化は考えない。②柱を構成する板パネルの局部座屈は考えない。③柱の長さは断面に比べて十分に長く、せん断変形は考慮しない。④柱の内

部粘性と空気抵抗の影響は無視する。

減衰力と軸方向慣性力を無視した弾塑性状態の柱の運動方程式は、

$$N_{x0} x = 0 \quad (1)$$

$$M_{z,xx} + N_x \bar{v}_{,xx} - \rho A v_{,tt} = 0 \quad (2)$$

となる。ここに、 v は荷重による付加たわみ、 $\bar{v}$ は全たわみ、 N_{x0} 、 M_z は弾塑性状態の軸力、曲げモーメントで、弾性状態仮定の断面力から塑性化の影響と等価な仮想断面力を減ずることによって求められる。また、 A は断面積、 ρ は密度である。コンマに続く添字はそれに関する偏微分を表す。

動的応答解析に必要な初期条件として、その変位には柱に静的圧縮力 N_1 が作用した場合の静的変位を、初速度および加速度にはともに0を仮定した。

3. 解析手法 上述の運動方程式に差分法とNewmarkの β 法($\beta = 1/4$)を適用し近似的に応答解析する。得られた非線形多元連立代数方程式を任意の時刻 t に対して修正Newton-Raphson法で解き、反復解を運動方程式に代入して求められる残差不平衡力を逐次裁荷し、変位や速度が許容の誤差内に収束するまで反復して解を求める。

4. 数値解析結果 静的圧縮力 N_1 が作用する柱の耐荷力に対して差分解の精度を調べた結果、差分分割数が10分割以下でも十分な精度で解は求まったがここでは振動モードの表現に支障をきたさないように20分割を採用した。ま

Hiroshi YONEZAWA, Masahiro DOGAKI and Yasuhiro YANAGISAKO

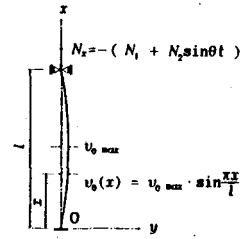


Fig. 1

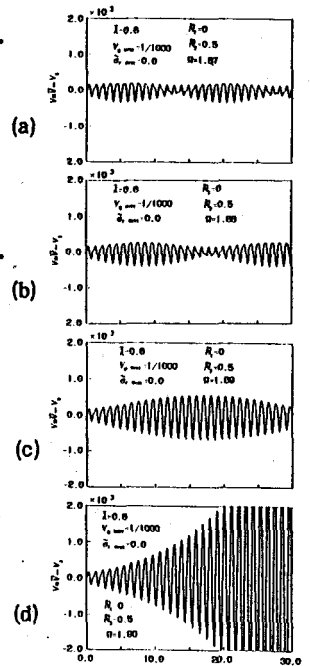


Fig. 2

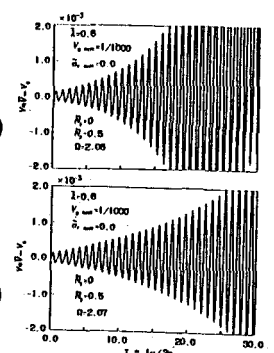


Fig. 3 (a), (b)

た、断面内の分割を腹板、フランジとも10分割とし、解析時間間隔を周期的軸力の周期の1/12とした。以下では、スパン方向に正弦半波の初期たわみ v_0 と、フランジ、腹板とも三角形分布の残留応力 σ_r を仮定する。また、降伏点応力 $\sigma_y=2400\text{kgf/cm}^2$ 、Young率 $E=2.1\times 10^6\text{kgf/cm}^2$ として計算する。

広範な解析に先立って、弾性微小変位理論に基づく種々の加振振動数と周期軸力の大きさに対して応答解析し、定常状態あるいは発散状態を示すたわみ応答から不安定領域を定めたとこ、Floquetの方法に基づく既往の解とほぼ一致し、本解析法の妥当性を確認した。

まず、 $\sigma_r/\sigma_y=0$ で、 $v_{0\max}/l=1/1000$ 、細長比パラメータ $\bar{\lambda}=0.6$ の柱に、周期的軸力 $N_z/N_{ult}=0.5$ 、すなわち真直な柱の静的耐荷力 N_{ult} の1/2の荷重が作用する場合、加振振動数と柱の1次固有振動数の比を $\Omega=1.87\sim 1.90$ および $2.06\sim 2.09$ と変化させると、Fig. 2, 3に示すスパン中央での付加たわみ応答曲線を得る。主不安定領域の下限値側にあたる前者の $\Omega=1.87\sim 1.90$ では、 Ω の増加に伴ってうなりの周期が長くなり、ついには柱は発散振動を起こす。また、そのたわみは負側すなわち初期たわみの反対側に大きく、その頂部で鋭く増減している。一方、後者の Ω の範囲では逆の傾向がみられる。Fig. 2の(d)図の応答曲線の縦軸を修正してFig. 4に示す。図中に●で示すように、時刻 $\tau=t\omega/2\pi=22.76$ で柱の下縁が初期降伏した。その後、この応答曲線の頂点近傍で塑性が起るようになる。例えば、同図の付加たわみ応答曲線上の点a～bの間、すなわち時刻 $\tau=28.38$ から 29.43 までのたわみ応答と解析時間間隔ごとの周期的軸力および中央断面の応力分布はFig. 5のようになる。図中、実線がたわみ応答を、上側の長方形が軸力の大きさを、下側が中央断面の応力分布を表す。また、下図の斜線部は塑性化した部分を示す。図から明らかなように、たわみが最大となる付近では圧縮応力が降伏点応力に達し、軸力が引張力に反転すれば引張応力が降伏点応力に達する。

次に、 $\sigma_r/\sigma_y=0$ で、 $v_{0\max}/l=1/100000$, $1/2000$, $1/1000$, $1/500$ 、細長比パラメータ $\bar{\lambda}=1.0$ の柱に周期軸力 $N_z/N_{ult}=0.483$ が作用する場合、 Ω と最大付加たわみの関係はFig. 6のようになる。初期たわみが大きいほど Ω の変化に対する付加たわみの変化は小さくなる。また、初期たわみの大小による主不安定領域の相違はあまり見受けられないが、副不安定領域は初期たわみの増加とともにその領域が広がっているものと推察される。その他の結果は講演会当日に発表する。

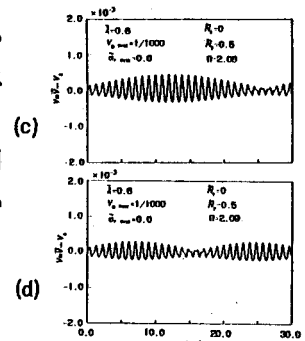


Fig. 3 (c), (d)

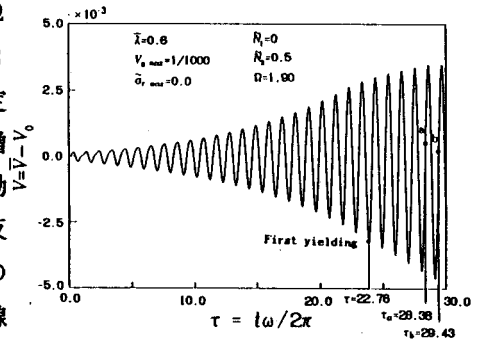


Fig. 4

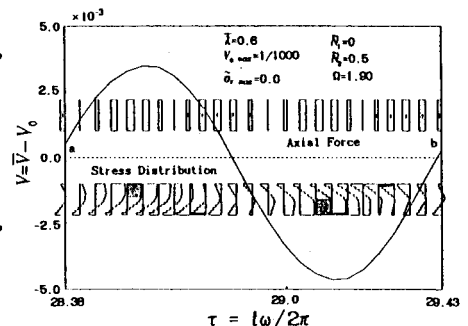


Fig. 5

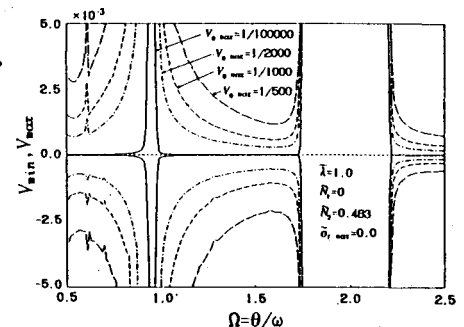


Fig. 6