

波と流れが斜交する時の単一粒子の挙動に関する研究

京都大学工学部 正員 岩垣 雄一

京都大学工学部 正員 浅野 敏之

京都大学大学院学生員〇河田 暢亮

1. 緒論 本研究は現地海浜における局所的漂砂現象の解明に向けての基礎的考察として、波と流れが斜交するときの浮遊粒子の挙動に関する数値実験を行ったものである。ここでは一たん浮上した粒子が平均的には沈降運動を続ける流送過程に着目し、単一粒子の運動方程式に基づいた数値実験から、波と流れの斜交場に特有な運動機構を明らかにする。

2. 波と流れの斜交場における単一粒子のラグランジュ速度¹⁾ 波の進行方向にx軸、鉛直上方にz軸をとり、流れが波と角度 θ で交差する場合を考える。ここでは簡単にz方向の単一粒子の速度が水粒子速度と静水中の沈降速度 w_f との和で表わされると仮定し、波と流れの斜交場での一周期平均した単一粒子の速度を解析的に求める。任意時刻 t における単一粒子の位置を $(x_0 + \xi, y_0 + \eta, z_0 + \zeta)$ とし、 ξ, η, ζ について1次までの範囲で単一粒子の移動速度を求めると次式となる。

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = U(z_0) + \zeta \frac{\partial U(z_0)}{\partial z} + u(x_0, z_0, t) + \zeta \frac{\partial u(x_0, z_0, t)}{\partial z} + \dots \quad (1)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = V(z_0) + \zeta \frac{\partial V(z_0)}{\partial z} \quad \dots \quad (2), \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} = w(x_0, z_0, t) - w_f + \zeta \frac{\partial w(x_0, z_0, t)}{\partial z} + \dots \quad (3)$$

ここに、 U, V は流れのx, y方向流速で対数分布で表わされるものと仮定する。すなわち、 $(U, V) = (\frac{U^*}{K} \ln \frac{z}{z_0} \cos \theta, \frac{U^*}{K} \ln \frac{z}{z_0} \sin \theta)$ (4) また u, w は波の水粒子速度のx, z成分で、ここでの議論の範囲では微小振幅波による表現で十分である。まず(1)~(3)の.....部を無視しても、 η, ζ の第1次近似を求め、これらの値を(1)~(3)に代入して $(\partial \xi / \partial t, \partial \eta / \partial t, \partial \zeta / \partial t)$ の高次解を求める。これらのラグランジュ速度を波の1周期について平均すると、x方向、y方向の平均速度 $\bar{U}, \bar{V}$ はそれぞれ次式のように算出される。

$$\begin{aligned} \bar{U}(z_0) = & U(z_0) - \frac{1}{2} w_f T \frac{\partial U(z_0)}{\partial z} - \frac{\hat{u}(z_0) U(z_0)}{C} \cos k x_0 + \frac{H}{4} \frac{\sinh k z_0}{\sinh k h} \frac{\hat{u}(z_0)}{C} \frac{\partial U(z_0)}{\partial z} \\ & + \frac{1}{2} w_f \frac{\partial U(z_0)}{\partial z} k \hat{u}(z_0) \left(\frac{T^2}{2\pi} \cos k x_0 + \frac{T^2}{2\pi^2} \sin k x_0 \right) + \frac{H}{4} k \hat{u}(z_0) \frac{\cosh k z_0}{\sinh k h} \\ & + \frac{H^2}{8} k^2 \frac{\sinh^2 k z_0}{\sinh^2 k h} + \frac{H}{2} k w_f \frac{\sinh k z_0}{\sinh k h} \sin k x_0 \quad \dots \quad (5) \end{aligned}$$

$$\bar{V}(z_0) = V(z_0) - \frac{1}{2} w_f T \frac{\partial V(z_0)}{\partial z} \quad \dots \quad (6)$$

ここに $\hat{u}$ は波の水粒子速度の振幅である。上式より、 $\bar{U}, \bar{V}$ は粒子の初期位置 (x_0, z_0) によって値が異なることがわかる。いま、 $k x_0 = \pi/2$ の時を考え、これを(5)、(6)に代入し、 $\bar{V}, \bar{U}$ の比をとると次式となる。

$$\frac{\bar{V}}{\bar{U}} = \frac{\frac{U^*}{K} \sin \theta \left\{ \ln \left(\frac{z_0}{z_r} \right) - \frac{1}{z_0} w_f \frac{T}{2} \right\}}{\frac{U^*}{K} \cos \theta \left\{ \ln \left(\frac{z_0}{z_r} \right) - \frac{1}{z_0} w_f \frac{T}{2} \right\} + A} \quad \dots \quad (7)$$

ここでAは(5)の右辺第3項以下に $k x_0 = \pi/2$ を代入した時の値であり、常に正である。(7)より $\bar{V}/\bar{U}$ は $\tan \theta$ より小さいことがわかる。すなわち斜交場での単一粒子は波と流れのなす角の内側に輸送されることを意味している。一方、 $k x_0 = -\pi/2$ の場合はAの符号は直ちには判定できない。

3. 運動方程式に基づく単一粒子の流送過程の計算

加速度を有する流体中の粒径 d 、密度 ρ の単一粒子の運動方程式²⁾のうち、Basset 項を無視した次式を計算の基礎式とし

$$\begin{aligned} \left(\frac{\rho_s}{\rho} + C_M \right) \frac{\pi}{6} d^3 \frac{dU_s}{dt} = -\frac{1}{2} C_D \frac{\pi}{4} d^2 (U_s - U_f) |U_s - U_f| \\ + (1 + C_M) \frac{\pi}{6} d^3 \frac{dU_f}{dt} - \left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1 \right) \frac{\pi}{6} d^3 g \end{aligned} \quad \text{----- (8)}$$

ここに、 U_s , U_f はそれぞれ粒子、流体の速度ベクトルである。
(8) に基づいて浮遊粒子の沈降過程を計算した。図-1 は波高を変化させた時の着底までの単一粒子の軌跡を $x-y$ 平面で表現したものである。計算条件は $\theta = \pi/3$ 、粒径 $d = 0.02 \text{ cm}$ 、粒子の初期位置 $z_0 = 50.0 \text{ cm}$ 、水深 $h = 200.0 \text{ cm}$ 、波の周期 $T = 8 \text{ sec}$ 、沈降開始時の位相 $\Theta = \pi/2$ である。図中、 $\bullet$ で示した点は粒子の波の1周期後の位置である。この点は波高の増加とともに流れの方向から波の進行方向に偏位し、2. の解析結果と一致する性質を示すことがわかる。

4. 浮遊砂粒子の着底位置の分布に関する数値シミュレーション

ここでは、(8) において、周囲流体の速度として波と流れの合速度の外に乱れを考慮することによって、浮遊砂粒子の着底位置の分布を計算した。乱れ速度は正規分布とし、 u' , v' , w' の標準偏差 σ_x , σ_y , σ_z は中川ら³⁾ の定常流で得られた知見を波と流れの共存場に拡張して適用し、次式で表わされると仮定した。

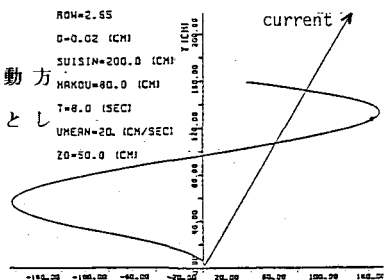
$$\begin{aligned} \sigma_x &= \left\{ 2.30 (U_w^* + U_c^* \cos \Theta) + 1.63 U_c^* \sin \Theta \right\} \exp \left(-\frac{y}{\lambda} \right) \\ \sigma_y &= \left\{ 1.63 (U_w^* + U_c^* \cos \Theta) + 2.30 U_c^* \sin \Theta \right\} \exp \left(-\frac{x}{\lambda} \right) \\ \sigma_z &= 1.27 (U_w^* + U_c^*) \exp \left(-\frac{z}{\lambda} \right) \end{aligned} \quad \text{----- (9)}$$

ここに、 U_w^* はそれぞれ波および流れの摩擦速度である。計算機によって乱数を発生させて u' , v' , w' を求め、初期位置から放出された500個の粒子の軌跡を個々に計算して着底位置を求めた。図-2 は着底位置の方向分布に関する結果の一例である。流れの流速が波の水粒子速度より大きくなると、着底位置は流れの方向に集中するが、その方向は流れの方向に対して対称とはならないことがわかる。

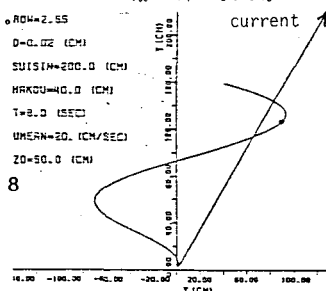
(参考文献) 1) 岩垣・平山: 20回海講, 1973.

2) Hinze: Turbulence, 1975.

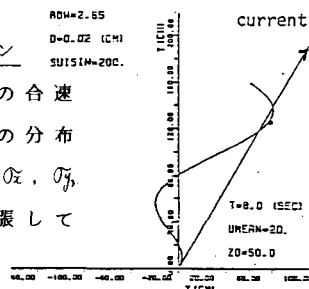
3) Nakagawa, Nezu, Ueda, Proc. of J S C E, No. 241, 1975.



(a) $H = 80 \text{ cm}$



(b) $H = 40 \text{ cm}$



(c) $H = 20 \text{ cm}$

図-1

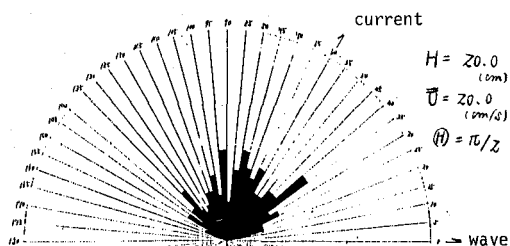


図-2