河床波上における粒子の浮遊運動のシミュレーション

京都大学防災研究所　正員　芦田　和男
京都大学防災研究所　正員　○藤田　正治
五洋建設　正員　向井　健

1．まえがき　河床波上では，平坦河床上と異なり流れの非一様性が強く，乱れ強度や平均流速の鉛直分布が流下方向に変化する。そのために，河床から浮上し浮遊する粒子の運動特性も浮上開始点によって相異する。本研究では，河床波上の流れの特性に関する知見[1]を使って，河床波が存在する場合の粒子の浮遊運動のモデル化を行うものである。

2．河床波上の粒子の浮遊運動に関するモデル　河床波上の浮遊砂の運動を適切にシミュレートするためには，とくに鉛直方向の平均流速や乱れ強度の分布を考慮することが重要である。図-1を参考にして，二次元的な河床波上に存在する粒子が浮上，浮遊する過程を次のようにモデル化する。

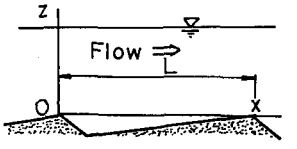

図-1　座標系

(i)　河床粒子の鉛直方向の運動は，乱れの平均継続時間 t_{em} ごとに区切って考え，各ステップで移動速度を $w_p = w - w_0$ で近似する。ここに，w，w_p：鉛直方向の流体と粒子の速度である。ただし，ステップ1後の浮上高さ z_{p1} は，著者らの研究[2]より，揚圧力や流体力を評価して算定される浮上高さの平均値 $\bar{z}_{p1}$ とする。

(ii)　流下方向の移動速度は，解析を簡単にするために一定とし，$u_p = f_u \cdot \bar{u}$ とする。ここに，$\bar{u}$：平均流速，f_u：比例係数である。

(iii)　鉛直方向の乱れ強度 $w'(x,z)$ と平均流速 $\bar{w}(x,z)$ の分布を x-z 平面に与える。各ステップの終了地点における w' と $\bar{w}$ を次のステップでの w' と $\bar{w}$ の条件とする。

3．河床波上から浮上する粒子の運動特性

$t=0$ に $x=x_0$ から浮上する粒子の運動を解析する。ステップ1後の粒子の無次元浮上高さ $\bar{z}_{p1}/d$ は，文献2)より，σ/ρ，τ_*，k/d，$\bar{w}/u_*$，w'/u_* をパラメータとして計算される。図-2に後述の実験条件，$\sigma/\rho=1.05$，$\tau_*=1.86$，$k/d=3.6$ の場合について，$\bar{z}_{p1}/d$ を $\bar{w}/u_*$，w'/u_* をパラメータとして計算した結果を示す。この図に示すように，$\bar{z}_{p1}$ は w' や $\bar{w}$ の大きさに強く影響される。

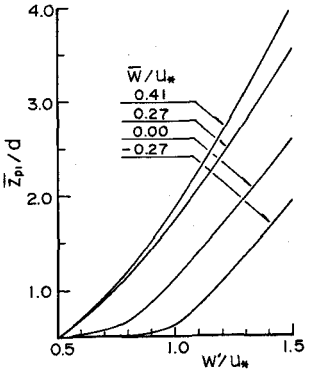

図-2　初期浮上高さ

ついで，ステップ2以降に粒子が存在する高さの確率分布について検討する。ステップn後に $z=z_{pn}$ に存在する粒子が，τ 時間後（$0<\tau\leq t_{em}$）に $z=z_p$ に存在する確率分布は，w の確率分布を平均 $\bar{w}(x_0+nt_{em}, z_{pn})$，標準偏差 $w'(x_0+nt_{em}, z_{pn})$ の正規分布とすると，

$$g(z_p,\tau|z_{pn}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,w'\tau}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{z_p - z_{pn} + w_0\tau - \bar{w}\tau}{w'\tau}\right)^2\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

これより，ステップn後の粒子の存在高さの確率分布は次の漸化式から計算される。

Kazuo ASHIDA，Masaharu FUJITA，Ken MUKAI

$$\begin{cases} f_n(z_{pn}) = \int_0^h f_{n-1}(z_{pn-1})\, g(z_{pn}, tem \mid z_{pn-1})\, dz_{pn-1} \\ f_1(z_{p1}) = \delta(z_{p1} - \bar{z}_{p1}) \end{cases} \quad \cdots\cdots\cdots (2)$$

ここに，δ：デルタ関数である。したがって，$t = T$ に，$x = X\,(= T\bar{u}\cdot U + x_0)$ に存在する粒子がステップ内の運動過程にあるとすれば，その位置における粒子の存在高さの確率分布は，

$$f(z_p, X) = \int_0^h f_{n-1}(z_{pn-1})\, g(z_p, \Delta t \mid z_{pn-1})\, dz_{pn-1} \quad \cdots\cdots (3)$$

ここに，$\Delta t = T - (n-1)\,tem$ である。したがって，浮遊粒子のステップレングス x_p の超過確率は次式で計算される。

$$P_s(x_p) = \int_0^h f(z_p, x_p)\, dz_p \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

以上の式の妥当性について検証するために，波高 6 mm，波長 13.7 cm の砂堆上における粒子の浮遊軌跡や乱流計測を行ない[1]，$f(z_p, X)$ や $P_s(x_p)$ の実験値と理論値を比較する。図-3，図-4は実験で得られた $\bar{u}$ と u' の分布を示したものである。図-3には，河床および水面で流向が境界に平行になると仮定して，図-4に示す水面形，連続式，対数則から $\bar{u}$ を計算した結果とその近似式も示されている。実験値と計算値はよく適合している。本研究では，図-3の近似式（各断面で求められる）と図-4の実験値の内挿線を使って $\bar{u}$ と u' を決定することにする。また，tem は著者らの研究[2]に従って求めた。

図-5，6は河床を浮上した粒子の存在高さの確率分布の計算値と実験値を比較したものである。実験値が少なくて詳細な事はわからないが，ほぼ理論値は計算値と適合している。また，図-7は，ステップレングス x_p の超過確率分布の計算値と実験値を示したもので，計算値ではクレストから浮上開始した場合，若干 x_p が長くなっている。実験値ではそれが明確にわからないが，理論値と実験値がオーダー的にはよく一致している。

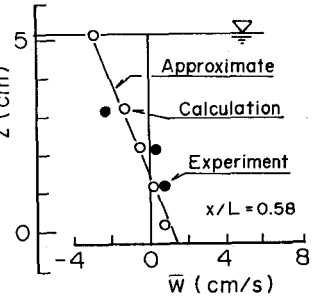

図-3 $\bar{u}$ の鉛直分布

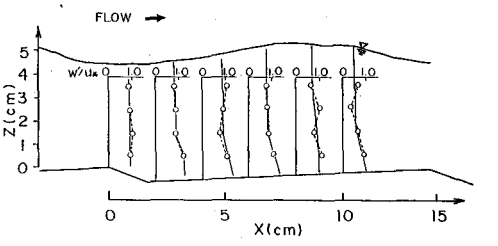

図-4 w' の分布

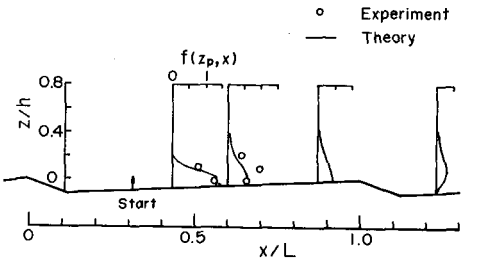

図-5 再付着点付近から浮上した粒子の存在高さ

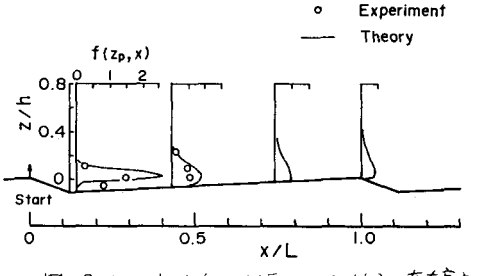

図-6 クレスト付近から浮上した粒子の存在高さ

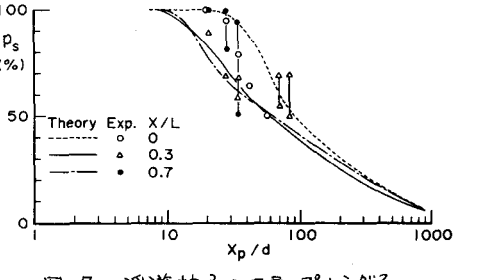

図-7 浮遊粒子のステップレングス

4. あとがき

以上のように，本理論結果は実験値とほぼ適合すると思われるが，河床波上の流れを実験値等を用いずに予測する方法を考える必要がある。

<参考文献> 1) 芦田ら：河床粒子の浮遊機構とそのモデル化，土木論文，投稿中， 2) 芦田ら：河床波上の流れと粒子の浮遊機構，関西年講，昭61 3) Yalin ら；Proc. Int. Symp. on River Mech, 1973