

## 二層密度流に関する実験的研究

神戸大学大学院 学生員 〇長谷川 義則  
 神戸大学大学院 学生員 福井 芳樹  
 神戸大学工学部 正 員 籠 源亮

1. まえがき 成層密度流に関しては、従来より多くの研究がなされているが、非線形の効果を検討した理論との比較実験は比較的少ない。本研究では、籠・田中の弱非線形理論より得られた結果の検証を目的に成層密度流の境界面波動現象に関する実験を行い、非線形効果について理論との対応を調べる。

2. 弱非線形理論<sup>1)</sup> 対象とする流体を非粘性、非圧縮で Boussinesq 近似が成立するものと仮定し、流れは2次元とする。モデルとしては、流速および密度が連続的に変化する自由境界層流れを想定し、このモデルに対して弱非線形理論を適用し、次式で示されるランダウの振幅方程式を導入することによ、超臨界安定問題を考えた。

$$dA/dt = \alpha A - \beta A^2 A^* \quad \text{---- (1)}$$

ただし、\*は共役複素数を表わす。対象となるのは線形理論で求められた安定限界近傍の不安定領域である。これらのことより理論的に得られた振幅方程式の係数  $\alpha$ ,  $\beta$  は、通りの流速・密度分布に対して次のようになる。

$$\alpha = \alpha C_i, \quad \beta = \varepsilon^2 [-3\alpha C_i + i\{-2.43\alpha + 2.131\alpha C_i^2 + 0.980(\alpha/J)\}] ; \bar{u} = \tanh y \quad \text{---- (2)}$$

$$\alpha = \alpha C_i, \quad \beta = \varepsilon^2 [-2.58\alpha C_i + i\{-0.0976\alpha + 6.342\alpha C_i^2 + 2.67(\alpha/J)\}] ; \bar{u} = \begin{cases} y - \frac{1}{2}y^3 & -\frac{3}{2} \leq y \leq \frac{3}{2} \\ \pm 1 & y \geq \pm \frac{3}{2} \end{cases}$$

---- (3)

ただし、 $C_i$ は流速の虚部、 $\alpha$ は無次元波数、 $J$ はリチャードソン数、 $\varepsilon$ は  $\varepsilon^2 = |J - J_c|$  で定義される微小量である。(1)式より振幅  $|A|$  の時間的变化について(4)式が得られ、位相速度  $-(d\theta/dt)$  の時間変化について(5)式が得られる。

$$|A|^2 = \frac{|A_0|^2}{(\beta_r/\alpha_r)|A_0|^2 + \{1 - (\beta_r/\alpha_r)|A_0|^2\} \exp(-2\alpha_r t)} \quad \text{---- (4)}$$

$$-\frac{d\theta}{dt} = \beta_i |A|^2 \exp(2\alpha_r t) \quad \text{---- (5)}$$

ただし、 $|A_0|$ は初期振幅を表わし、添字  $r, i$ はそれぞれ実部、虚部を表わす。また、(1)式より非線形性を考慮した時の増幅率  $\alpha C_i$ は次式のように得られる。

$$\alpha C_i = \alpha_r - \beta_r |A|^2 \quad \text{---- (6)}$$

ただし、 $|A|^2$ は(4)式で示される通りである。

3. 実験装置および方法 実験水路は断面が  $30\text{ cm} \times 70\text{ cm}$ 、有効長  $265\text{ cm}$  の回遊式水路であり、上流端に造波板を設けている。この造波板をモータで上下に振動させることにより、任意周期の内部波を造波できるようになっている。流速分布の計測には、比較的

Motoaki YANO, Yoshinori HASEGAWA, Yoshiki FUKUI

界面の流況を乱さない方法ということから水素気泡法を採用し、内部波の計測にはビデオを用いた。なお、上層と下層を区別するため下層をメチレンブルーにより着色している。密度差および淡水流速を変化させることで、あらゆる流れ場を作り実験を行った。

4. 実験結果 水素気泡法の結果より自由境界層厚  $h$  がわかり、上層密度  $\rho_1$ 、下層密度  $\rho_2$ 、平均流速  $V$  とにより求められるリチャードソン数  $J = (g h / V^2) \cdot (\rho_2 - \rho_1) / (\rho_1 + \rho_2)$  をデータ整理に用いる。本研究では、超臨界安定問題を対象とするため、 $J < 1/4$  の不安定領域が実験対象となるが、不安定波は水路上流端から 30~40 cm の区間でしか確認できず、その部分についての解析を行うものとする。

波高の時間的変化の例を図-1、図-2に示す。波高  $H$ 、時刻  $t$  は断面平均流速  $V$ 、自由境界層厚  $h$  を用いて、 $H^* = H/h$ 、 $t^* = t/T$  ( $T = h/V$ ) の無次元化を行っている。図-1の場合、理論との対応は見られるが内部波が増幅すると碎波・混合が生じ、波高は急激に減衰し再び増幅が見られる。図-2の場合は、増幅率が小さいために碎波しにくく、図-1よりも良好な対応が見られる。また、理論で扱ったモデルの差による影響は、この増幅範囲ではほとんど見られない。

波高と流速の関係を図-3に示す。ただし、図中の理論曲線は、 $C = (6i/\alpha) |A|^2 + V/2$  である。これから実験値は、線形理論より非線形理論に対応しており2つのモデルの理論値内にはばらついている。

5. 結果および課題 本研究により、成層密度流の境界面波動現象について、弱非線形理論の妥当性が確かめられた。しかし、波高変化については現実の流れでは粘性に伴な、て生じる自由境界層での強いせん断作用が、非線形効果によ、てとが、た波の峰の先をけずりと、ある振幅以上に波動が増幅することがないことも考えられる。波高と流速の関係においては、実験値のばらつきから流速分布が内部波に大きな影響を与えることが考えられる。今後、流速分布を変化させ内部波にどのような影響を及ぼすかについて研究を進めていきたいと思う。

参考文献 1) 龍 源亮・田中英明：密度流内部波の非線形性に関する研究，土木学会第40回年次学述講演会講演概要集，第2部，1995年。

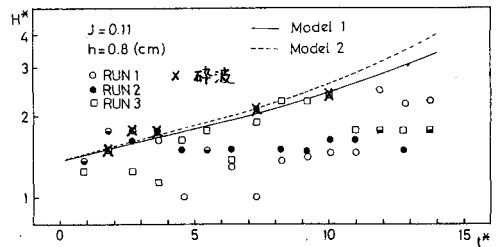


図-1. 波高の時間変化の実測値と理論値の比較

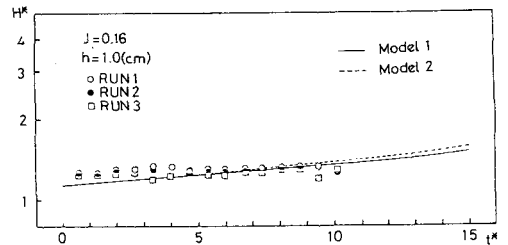


図-2. 波高の時間変化の実測値と理論値の比較

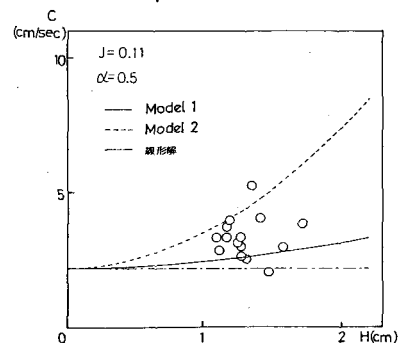


図-3. 波高と流速の関係