

流動複屈折法による非定常流の実験的研究
(球粒子の落下実験によるバーセッ理論の検証)

大阪府庁正員 堀内孝治
佐藤工業正員 佐藤一夫
神戸大学工学部正員 寛 源亮

1. まえがき 微粒子は流体計測上多用されている。単一粒子と流体との追従性についてストークス, オーセン等, 古くから研究されており, 流れが非定常の場合にはバーセットの研究がある。しかし, この検証はこれまで十分とはいえない点がありこの検証を行う。

2. 溶液中の単一粒子の沉降理論 流れ場における単一粒子の運動について考える。粒子の沉降速度 u_p , 流体の流速を u_f , 粘性係数を μ , 質量を m , 粒子の半径を a , 重力加速度を g , 小文字の p, f は粒子および流体を表す添字とすると粒子運動は

$$m_p \frac{du_p}{dt} = 6\pi\mu a(u_f - u_p) + m_f \frac{du_f}{dt} + \frac{1}{2} u_f \left(\frac{du_f}{dt} - \frac{du_p}{dt} \right) - 6a^2 \pi \rho_f \mu \int_0^t \left[\frac{d}{dt} (u_f - u_p) / \sqrt{t - \tau} \right] d\tau - (m_p - m_f)g \dots \textcircled{1}$$

で表される。上式において左辺は慣性力である。右辺の第1項はストークスの抵抗力, 第2項は流れ場の圧力分配, 第3項は見かけ上の質量に作用する圧力, 第4項はバーセッ力, 第5項は浮力である。ここで粒子は球であると仮定し, $u_f - u_p = v$ とにおいて, 特性速度 U_0 , 時間 T を, $U_0 \equiv \frac{2a^2(\sigma-1)g}{9\nu}$; $T \equiv \frac{2a^2(\sigma+\frac{1}{2})}{9\nu}$ としこれにて①式を無次元化すると,

$$1 + \frac{(\sigma-1)}{(\sigma+\frac{1}{2})} \frac{dv}{dt_*} = \frac{dv}{dt_*} + v_* + \sqrt{\frac{9}{2\pi(\sigma+\frac{1}{2})}} \int_0^{t_*} \frac{dv_*}{dt_*} / \sqrt{t_* - \tau_*} d\tau_* \dots \textcircled{2}$$

となる。ただし $\sigma = \rho_p / \rho_f$ である。式②は,

$$\gamma \equiv \frac{\sigma-1}{\sigma+\frac{1}{2}}, \lambda \equiv \sqrt{\frac{9}{2\pi(\sigma+\frac{1}{2})}}, u_* = \frac{dv_*}{dt_*}$$

$$v_* = \int_0^{t_*} u(\tau_*) d\tau_* + v_{*0}, v_{*0} = v_*(0)$$

$$f_* = (1 + \gamma \frac{dv_*}{dt_*} - v_{*0}) \text{ とおくと}$$

$$u_* = f_* + \int_0^{t_*} K \cdot u_* d\tau_* \dots \textcircled{3}$$

($K = -(1 + \frac{\gamma}{\sqrt{t_* - \tau_*}})$)の積分方程式が得られる。式③を用いて初速0で静水中を自由落下する場合の単一粒子の速度を求めると,

i) バーセッ項なし
 $u_{p*} = e^{-t_*} - 1$
ii) バーセッ項あり
 $u_{p*} = -(t_* + \int_0^{t_*} H d\tau_*)$

となる。ここで $H(t_*, \tau_*) = -\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(t_* - \tau_*)^n}{n!}$

$$+ \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{n+k} \frac{(t_* - \tau_*)^n}{n!} \times n! 2^{n+k} C_{2k+2} (\sqrt{\pi})^{k+1}$$

$$- \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{n+k} \frac{2^k}{(2n-k)!} (t_* - \tau_*)^{\frac{2n-k}{2}} \times n! + k C_{2k+1} (\sqrt{\pi})^{k+1}$$

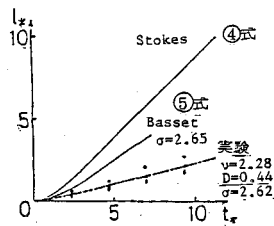


図1 CASE 1における理論曲線および実験曲線 (M・Y溶液)

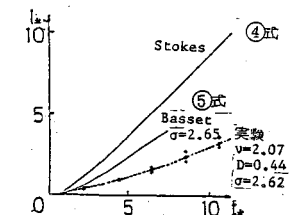


図2 CASE 2における理論曲線および実験曲線 (M・Y溶液)

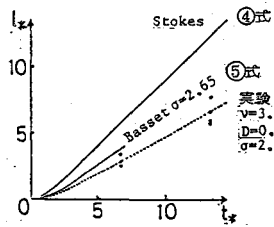


図3 CASE 3における理論曲線および実験曲線 (シリコン)

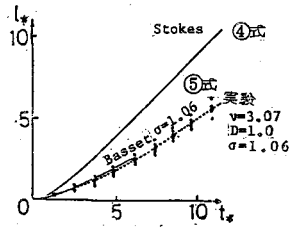


図4 CASE 4における理論曲線および実験曲線 (シリコン)

である。粒子の沈降距離は、 $(Up_* = \frac{dL_*}{dt_*})$ より $L_* = \int_0^{t_*} Up_* dt_*$ から求めると

i) バーセット項なし $L_* = 1 - t_* - e^{-t_*}$ --- ④

ii) バーセット項あり $L_* = -(\frac{t_*^2}{2} + \int \int_0^{t_*} H dt_*)$ --- ⑤

となる。

3. 実験結果 上記理論はストークスの抵抗則を用いており、これは $Re < 0.4$ の場合にしか適合しないとされている。このためまず $Re = 0.4$ の時の粒子の周りの流れの状態を調べる手段として本研究では Milling Yellow の水溶液 (以下 M-Y 溶液とする) を用いた流動複屈折法により粒子の周りのせん断力の分布を求めた。結果は写真 1, 2 である。写真 1 より $Re = 0.4$ の場合、ストークスの条件に適合することになる。

粒子の沈降においては、溶液の動粘性係数が極めて重要になる。そのため M-Y 溶液の動粘性係数を求める方法として、オストワルドの粘度計、正弦振動平板まわりの流況、最終沈降速度による方法の 3 通りを用いた。表 1 は粘度計による結果、表 2 は最終沈降速度による結果である。以上より M-Y 溶液の動粘性係数は、振動平板と最終沈降速度による結果を用いた。また、M-Y 溶液とは別にシリコンオイルを用いた。シリコンオイルの動粘性係数はオストワルドの粘度計による測定値を用いた。実験ケースは表 3 の通りとする。この場合実験ケースは、測定時のレイノルズ数が 0.4 以下となるように粒子の径、比重、溶液の動粘性係数を適当に組み合わせている。実験はビデオカメラを用いて測定部を拡大し 1/30 秒毎に粒子の移動量を測定した。結果を図 1 へに示す。

CASE 1, 2 の M-Y 溶液を使用する場合は、実験曲線と理論曲線は合致していないが、これは M-Y 溶液の動粘性係数の測定が不十分であるからと思われる。動粘性係数の安定しているシリコンオイルを用いた CASE 3, 4 では、実験曲線はストークスの理論曲線よりもバーセットの理論曲線に近づいている。特に CASE 4 の場合は、ほぼ一致している。このことより従来問題視されていたバーセット理論の妥当性がいえるものと思われる。

表 1 オストワルドの粘度計による M-Y 溶液の動粘性係数

	動粘性係数 (cm ² /s)		
	NO.1	NO.2	NO.3
M-Y 溶液	0.105	0.140	0.239

表 2 最終沈降速度 U_s による M-Y 溶液の動粘性係数

比重	直径 (cm)	最終沈降速度 U_s (cm/s)	動粘性係数 (cm ² /s)
2.62	0.44	7.5	2.2767
2.62	0.44	8.25	2.0697

表 3 実験ケース

	比重	直径 (cm)	動粘性係数 (cm ² /s)	τ	U_s	Re
CASE1	2.62	0.44	2.28	0.0147	7.489	1.45
CASE2	2.62	0.44	2.07	0.0162	8.249	1.75
CASE3	2.65	0.3	3.07	0.0051	2.633	0.26
CASE4	1.06	1	3.07	0.0282	1.064	0.35

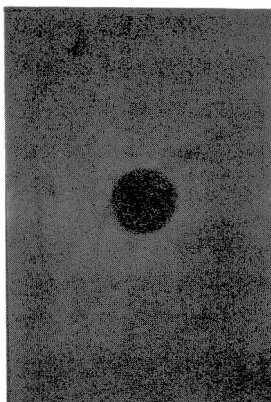


写真1 $Re = 0.4$

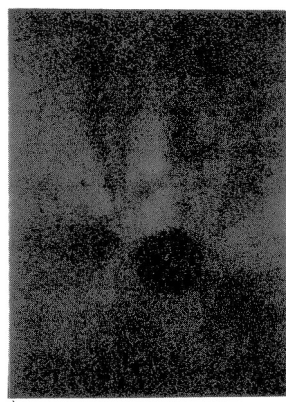


写真2 $Re = 25$

《参考文献》 1) 梶 源亮; 流速分布可視化に使用するトレーサ粒子の比較, 流山の可視化学会誌 Vol.5 No.18, 1985.