

時間的变化の急な流れに関する数値解析について

京都大学工学部 正 員 岩佐 義朗
 京都大学工学部 正 員 乃田 彰秀
 京都大学大学院 学生員 ○松岡 聡

1. はじめに; 本研究は, 不連続部と有する時間的变化の急な流れに対して, 二つの数値解析法, すなわち二次内挿を導入した特性曲線法, および Leap-frog 法を用いて水理実験の再現計算を行い, 実験値との比較・検討によりその有効性・妥当性について考察する。

2. 基礎式および差分式; 運動量解析法を適用すれば, 基礎式は次の連続式と運動量式によって構成される。なお, 横流入量はないものとする。

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad \text{----- (1)}, \quad \frac{\partial Q}{\partial t} + g \frac{\partial M}{\partial x} = A g (S_0 - S_f) \quad \text{----- (2)}$$

ここに, 比力: $M = \frac{\beta Q^2}{g A} + X A R q \cos \theta$, $R q$: 水面から流水断面の圆心までの深さ, X : 圧力分布係数, 摩擦勾配: $S_f = \frac{n^2 Q^2}{A^2 R^3}$, n : Manning の粗度係数, $S_0 = \sin \theta$, R : 径深, β : 運動量係数である。

次に, 二次内挿を導入した特性曲線法 (以下 CH2 法と略す) を用いた差分式は文献 (1) に準ずるものとする。また, Leap-frog 法 (以下 LF 法と略す) を用いた差分式については, 図-1 に従って次式のように導かれる。

$$A_i^n = A_i^{n-1} - \left(\frac{\Delta t}{\Delta x} \right) (Q_{i-1/2}^{n-1/2} - Q_{i+1/2}^{n-1/2}) \quad \text{----- (3)}$$

$$Q_{i-1/2}^{n-1/2} = \left[Q_{i-1/2}^{n-3/2} - \beta \left(\frac{\Delta t}{\Delta x} \right) \{ (v^2 A)_{i-1}^{n-1} - (v^2 A)_i^{n-1} \} - X' g \cos \theta \left(\frac{\Delta t}{\Delta x} \right) \{ (R q A)_{i-1}^{n-1} - (R q A)_i^{n-1} \} + \frac{\Delta t}{2} S_0 (A_{i-1}^{n-1} + A_i^{n-1}) \right] / \Delta A \quad \text{----- (4)}$$

ここに, $\Delta A = 1.0 + \frac{\Delta t}{2} g \left\{ \frac{n^2}{A_{i-1}^{n-1} (R q)^3} + \frac{n^2}{A_i^{n-1} (R q)^3} \right\} |Q_{i-1/2}^{n-3/2}|$, $(v^2 A)_{i-1}^{n-1} = \left(\frac{Q_{i-1/2}^{n-3/2} + Q_{i+1/2}^{n-3/2}}{A_{i-1}^{n-1} + A_i^{n-1}} \right)^2 A_{i-1}^{n-1}$, $(R q A)_{i-1}^{n-1} = \frac{(A_{i-1}^{n-1})^2}{2 B_{i-1}^{n-1}}$, $(R q A)_i^{n-1} = \frac{(A_i^{n-1})^2}{2 B_i^{n-1}}$

3. 数値解析結果と考察; 計算ケースとしては, 平均水路床勾配 $1/800$, 初期流量が $4.15 \text{ m}^3/\text{s}$ で, 不連続部が下流から上流へ伝播する Case 22 を採用し, CH2 法および LF 法を適用して再現計算を行った。上流端および下流端の境界条件としては, 実験より得られた水位ハイドログラフを与えた。また, 初期条件は下流端での初期水位と初期流量から不等流計算して設定した。なお, 実験は文献 (2) と同じ方法で行い, 水位測定点を上流端, 上流端から 2.0 m の (No. 25), 4.0 m の (No. 17), 6.0 m の (No. 9), および下流端の 5 点とした。

図-2 は CH2 法を適用して計算した水位ハイドログラフで, $\Delta x = 0.05 \text{ m}$, $\Delta t = 0.001/\text{秒}$ を用いている。図-3 は LF 法を適用したもので, $\Delta x = 0.1/\text{m}$, $\Delta t = 0.002 \text{ 秒}$ を用いた。前者では, 波先

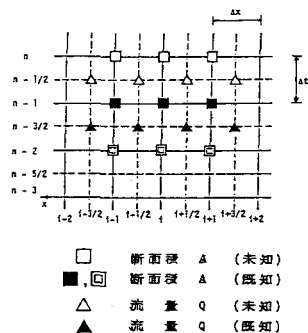


図-1 差分格子 (Leap-frog 法)

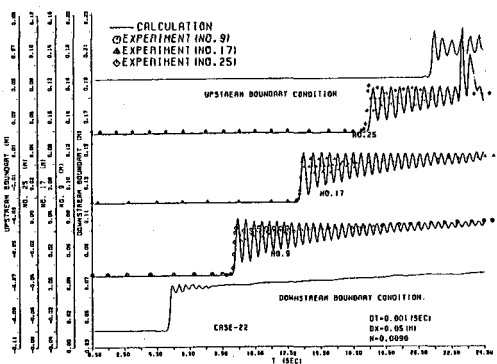


図-2 水理実験と数値シミュレーションとの比較 (CH2 法)

後方に現れている数値振動もすみやかに減衰し、一定値へ収束している。しかし、波先の伝播距離について、No.25地点で実験値よりも大きいために、この影響が23.0秒付近の異常な水位の上昇となって現れている。すなわち、計算結果のピークが上流端に到達するまでに上流端境界条件はピークをむかえ、それが流下し両者が衝突して水位の上昇になったものと考えられる。また、後者では、前者と同様に混先後方に数値振動を有し、その振幅はほとんど減衰の兆候もなく一定である。しかし、振幅の平均値は実験値とよく一致しており、定性的には水理実験の再現ができたものと判断される。したがって、今後この数値振動の除去が課題となる。

次に、図-4～図-6は、No.9、No.17、No.25のそれぞれの地点での不連続部分を拡大したもので、実験値(●)、CH2法による計算値(実線)、LF法による計算値(破線)が比較されている。今、不連続部前面における波形勾配を(%)、実験値の波高よりオーバーシュートした高さの比をオーバーシュート度と定義すれば、これらの図より表-1が得られる。この表より、No.9およびNo.17での(%)、オーバーシュート度は、ともにLF法よりCH2法が実験値に近い値を有しており、CH2法の再現度は高いものと認められる。しかし、No.25を含めて比較するならば判断は難しくなる。また、上流から下流へ流下する流れについても計算を行った結果、LF法の場合、1/800程度の勾配のゆるいケースについては計算できたが、1/350のように勾配が急になると計算途中で発散してしまった。この原因は不連続的に急激に変化する境界条件にあると予想される。同様のことが、豊田・成瀬⁽³⁾によって八郎潟干拓地の洪水流出の解析結果で報告されている。

4. おわりに； CH2法については、既に報告されている波先部の数値振動や伝播速度等の問題が生じた。一方LF法については、時間的変化の急な流れのうち下流から上流へ遡上する流れに対して計算は可能であるが、その再現性はCH2法より劣っていると判断される。《参考文献》(1)岩佐・99田；第29回水理講演会論文集，pp.663～668，昭和60年，(2)岩佐・99田；京都大学防災研究所年報，第28号B-2，pp.429～441，昭和60年，(3)豊田・成瀬；農業土木学論文集，第53号，pp.13～20，昭和64年。

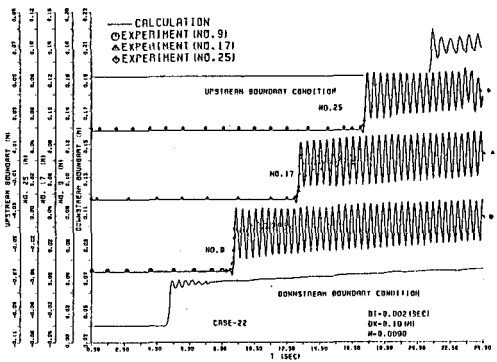


図-3 水理実験と数値シミュレーションとの比較 (LF法)

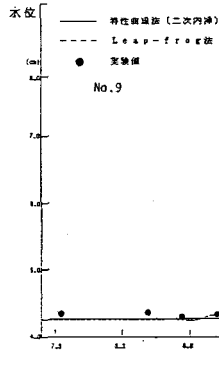


図-4 水理実験と数値計算との比較

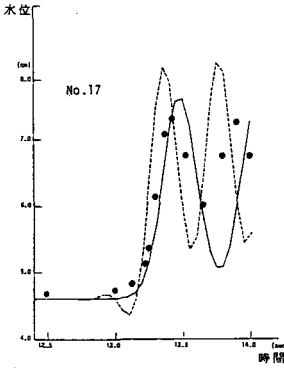


図-5 水理実験と数値計算との比較

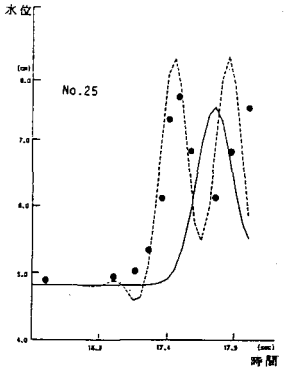


図-6 水理実験と数値計算との比較

表-1 波先勾配とオーバーシュート度

No. 9	実験値	LF法	CH2法
$\frac{\Delta h}{\Delta t}$	0.1608	0.2579	0.1714
オーバーシュート度	0.0	0.1380	0.0794
No. 17	実験値	LF法	CH2法
$\frac{\Delta h}{\Delta t}$	0.1556	0.2186	0.1419
オーバーシュート度	0.0	0.1056	0.0432
No. 25	実験値	LF法	CH2法
$\frac{\Delta h}{\Delta t}$	0.2151	0.2247	0.1182
オーバーシュート度	0.0	0.0783	-0.0170