

茨水氾濫水の挙動の数値解析

京都大学工学部 正員 岩佐 義朗
 建設省中国地建 正員 宮川 勇二
 京都大学工学部 学生 笠倉 剛

1. はじめに

筆者らは、これまでにいくつかの氾濫原における氾濫水の挙動を数値解析の手法によ、て追跡してきた。その場合、河川も氾濫原内に含まれるものとし、河川堤防は氾濫原内の盛土として堤内地に存在するものとした。つまり、計算対象領域である氾濫原に、堤内地・堤外地のいずれもが区別されずに含まれることになり、すべて同一の二次元平面流として計算法が適用される¹⁾。しかし、この方法によれば、河道幅が計算格子の数個程度の場合、河道の弯曲部で水位が実際に予想されるよりかなり過大に計算されるという問題点のあることが見い出された。本報は、運動量保存の観点より、差分式に改良を加え、この問題点について検討したものである。

2. 従来の数学モデルの基礎式

$$\text{運動方程式} \quad \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{1}{\Delta x} u M|_{x_i}^{x_{i+1}} + \frac{1}{\Delta y} v M|_{y_j}^{y_{j+1}} = -gh \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\tau_{bx}}{\rho} \quad (1)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{1}{\Delta x} u N|_{x_i}^{x_{i+1}} + \frac{1}{\Delta y} v N|_{y_j}^{y_{j+1}} = -gh \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\tau_{by}}{\rho} \quad (2)$$

$$\text{連続式} \quad \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{\Delta x} M|_{x_i}^{x_{i+1}} + \frac{1}{\Delta y} N|_{y_j}^{y_{j+1}} = 0 \quad (3)$$

ただし、 $h = H - z_b$ ， H : 水位、 z_b : 地盤高である。

3. 移流項の差分式表示

従来の計算においては、移流項は7ぎのように差分化されている²⁾。たとえば(1)式の場合、差分式を導く control volume は図1の斜線のようにとられており、この volume に対し、(1)式の左辺第2項は、

$$\frac{1}{\Delta x} u M|_{x_i}^{x_{i+1}} = \frac{1}{\Delta x} \{ (u^* M^*)_{i+1/2, j+1/2} - (u^* M^*)_{i-1/2, j+1/2} \} \quad (4)$$

と差分化される。ここに、 $u_{i+1/2, j+1/2}^* = (M_{i+1, j+1/2}^* + M_{i, j+1/2}^*) / h_{i+1/2, j+1/2}^*$ とするとき、

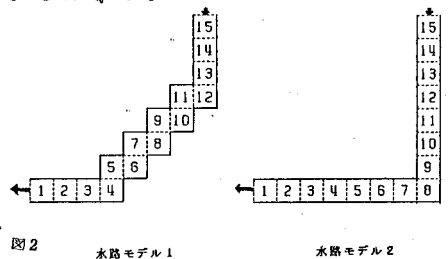
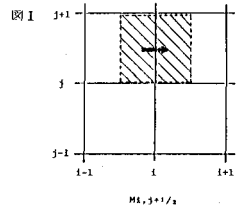
$$(u^* M^*)_{i+1/2, j+1/2} = \begin{cases} u_{i+1/2, j+1/2}^* M_{i+1, j+1/2}^* & (u_{i+1/2, j+1/2}^* < 0) \\ u_{i+1/2, j+1/2}^* M_{i, j+1/2}^* & (u_{i+1/2, j+1/2}^* \geq 0) \end{cases} \quad (5)$$

であり、また、 $u^* = (u^{n+2} + u^n) / 2$ 、 $M^* = (M^{n+2} + M^n) / 2$ などである。

4. 計算法の検討

上記の計算法を河道の弯曲部に適用した例として、

図2のような2つの水路を考える。水路を水平とし、上流端から流量50%を供給し、下流の水位を1.5mで固定した(粗度係数 $n = 0.026$)。計算法として、上記の方法によって移流項を評価する方法(非線型計算とよぶ



)、移流項を省略した方法(線型計算とよぶ)および二次元計算による方法の3種類を用いた。図3は、定常状態に達したときの水面形を示したものである。この図より、非線型計算の結果は、線型計算および二次元計算に比べて、曲りがあるごとに水位が約40cmも上昇するという不自然な結果になっている。また、上流端水位も他の方法に比べて大きな差が認められる。このように非線型計算は、明らかに不適当な結果をもたらしており、従来の上流差分のみを用いた計算法では、水面形が正しく計算されないことがわかる。そこで、その原因を探るため非線型計算における差分式を、

$$M_{i,j+1/2}^{n+2} - M_{i,j+1/2}^n = \text{移流項} + \text{圧力項} + \text{摩擦項}$$

と3つの部分に分け、それぞれの絶対値をとり流下方向の変化を示したものが図4である。この図より水路の直線部分においては、摩擦項が移流項よりも大きく

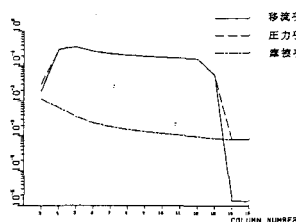


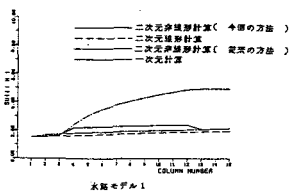
図4 水路モデル1

摩擦項が圧力項とほぼつり合っていることを見らるのに対し、曲りの部分では、移流項が摩擦項より大きく移流項が圧力項とほぼつり合った状態となっていることがわかる。つまり、曲りの部分では、計算上、圧力項が移流項とつり合うために大きな値をとっており、それがそのまま大きな水面差に反映されていることがわかる。

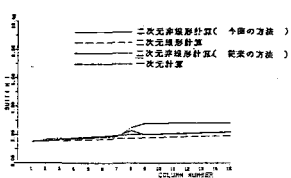
このように、移流項が大きくなる理由として、図5のように流れが堤防にあたる場合を考えると、(5)式のような差分化では、曲りの部分に上から入ってきた運動量が、堤防の境界条件($N_{i+1/2,j}=0$)により消滅せられ、圧向きの運動量に変換されないことが挙げられる。そこで、堤防のある場合運動量の向きの変化を想定することにし、たとえば図6のように上から入ってきたものの負の向きの運動量は、圧向きに等分された方向の運動量に変換されるものとした。この方法により計算した結果が図3の実線である。図より先述した不自然な水位の上昇はかなり少なくなり、上流端水位も他の方法と似た値をとっていることがわかる。図7は前と同様にそれぞれの項の大きさを示したものである。曲りの部分ではまだ少し問題は残されているが、本報の方法により計算結果はかなり改善されるといえる。

図5: A schematic diagram showing a flow field with a dam. A vertical arrow indicates flow direction. A horizontal line represents the dam. The flow is divided into regions labeled 1-1, 1, and 1+1. The diagram illustrates the boundary condition at the dam.

図6: A schematic diagram showing a flow field with a dam. A vertical arrow indicates flow direction. A horizontal line represents the dam. The flow is divided into regions labeled 1-1, 1, and 1+1. The diagram illustrates the boundary condition at the dam.



水路モデル1



水路モデル2

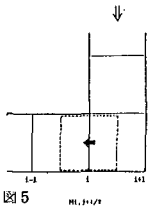


図5

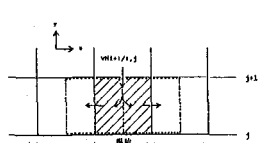
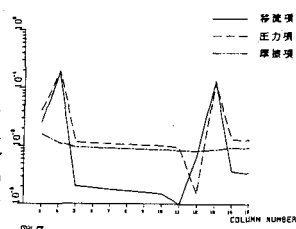
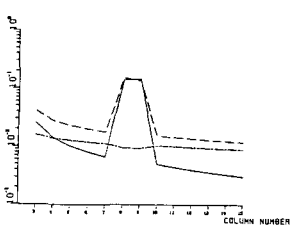


図6



水路モデル1



水路モデル2

(参考文献): 1) 岩佐・井上, Jour. Natural Disaster Science, Vol.4, No.1, 1982
2) 岩佐・井上, 第21回自然災害科学総合シンポジウム, 1984