

境界要素法による非定常浸透流解析

福井大学工学部 正 員 福原輝幸
 神戸大学大学院 学生員 ○ 檜垣善彦
 (株) P R 宣協 高橋憲昭
 (株) 森 組 海道克也

1. はじめに

境界要素法を用いた浸透流の研究は少なくないが、そのほとんどが定常自由水面問題や、非定常拘束問題に限定される。従来、浸透流解析には有限要素法や差分法が主に使用されてきたが、これらの手法に比べて、自由境界面を含む問題に有利な境界要素法による解析はLiggett¹⁾や山下²⁾らの研究にみられる程度である。しかしながら、前者は一次元流れを仮定した解析であり、後者は非定常水面問題に限られている。そこで、本報では、地下水問題を境界要素法に適用し、自由水面を有する地下密度流の非定常解析を行い、解析方法の妥当性を検証するために実験結果との比較を行った。なお、実験は長さ120cm（ヘルシウ部分は60cm）、高さ30cm、幅1mmおよび2mmのヘルシウ装置を用いて行われた。

2. 境界要素法による基礎方程式の定式化

解析領域（塩水・淡水のそれぞれの領域）において連続条件およびダルシー則を適用すると、次のラプラス方程式が導かれる。

$$\nabla^2 \Phi_i = 0 \quad (i=1,2) \quad (1)$$

ここに i は領域を、 $\Phi (= p / \rho_i g + z, p$: 圧力 ρ_i : 密度 z : 基準面からの高さ) は速度ポテンシャルをそれぞれ表す。積分方程式のグリーン公式による定式化は図-1に従えば次のように表現される。

$$\alpha \Phi_i(p) = \int_S \left(\Phi_i \frac{\partial}{\partial n} (\ln(r)) - \ln(r) \frac{\partial \Phi_i}{\partial n} \right) dS \quad (2)$$

ここに、 α は点 p とそれを含む境界要素とのはさみ角（なめらかな曲線の場合、 $\alpha = \pi$ ）、 n は単位法線ベクトルをそれぞれ表す。境界条件は図-2に示される通りであり、2つの液体の界面では、

$$\Phi_1 = s \Phi_2 - (s-1) z \quad (s = \rho_2 / \rho_1) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{1}{\cos(\beta)} \frac{\partial \Phi_1}{\partial n} = \frac{1}{\cos(\beta)} \left(\frac{\rho_2 / \rho_1}{\mu_2 / \mu_1} \right) \frac{\partial \Phi_2}{\partial n} \quad (4)$$

なる力学条件と運動学的条件が満たされる。ここに、 β は界面と x 軸とのなす角度、 μ は粘性係数をそれぞれ表す。なお、新しい時間ステップ (Δt 後) での自由境界の位置は式(4)の時間微分を差分近似することで決定される。

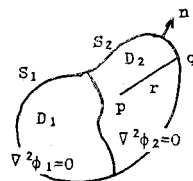


図-1 境界と記号

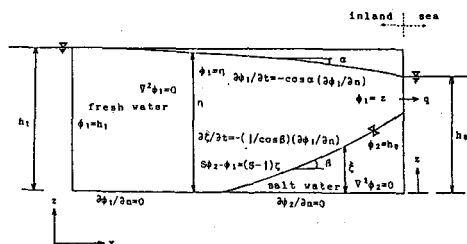


図-2 計算モデルおよび境界条件

3. 計算結果およびその考察

図-3はヘルシウ部分の下流端部に取付けられた止水壁を瞬間的に抜き去ることによる自由水面の低下の経時変化を解析した結果である。また、図-4はその際に下流側に流出する浸透流量の経時変化を示したものである。計算値と実験値は水面形状、流量とも良好に一致する。なお、透水係数はDupuitの仮定に基づいて計算された値が使用された。

図-5は周期 $T=160$ 秒、振幅 $A=4$ cmのもとで上流側境界の水深を等速度で変化させた場合の水面形の経時変化を示したものである。水面の上昇、下降過程とも計算値と実験値は良好に一致する。図-6は下流側浸透流量の経時変化を示したものである。ただし、横軸の時間軸は実験での流出の遅れ時間が考慮されている。流量の極大値および極小値さらには、上流側の変動周期 T に対応する周期でもって浸透流量が変化する現象が計算によっても再現される。

図-7は不圧状態での塩水くさびと自由水面の形状に関する計算値と実験値とを比較したものであり、(a)は計算における初期条件を示す。同図(b)は定常状態における自由水面および塩水くさびの形状を示す。なお、図中にはDupuitの仮定による解析結果も併示される。自由水面および塩水くさびの形状に関して実験値と計算値は良好に一致している。

以上より、本計算モデルは自由水面の非定常問題のみならず、複数の移動境界を持つ非定常問題にも適応できることがわかった。

参考文献

- 1) Taigbenu, A. e. and J. A. Liggett: Boundary integral solution to seawater intrusion into coastal aquifers, Water Resour. Res 1984
- 2) 山下拓男・岡田洋志: 非定常自由水面問題への境界要素法の一応用例, 土木学会報告論文集, 1983

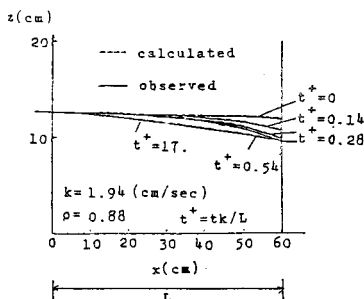


図-3 自由水面の経時変化

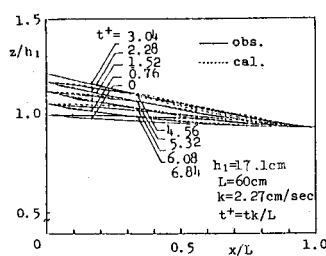


図-5 自由水面の経時変化

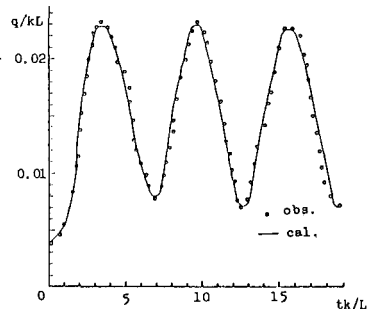


図-6 浸透流量の経時変化

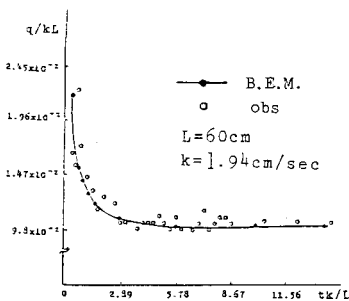


図-4 浸透流量の経時変化

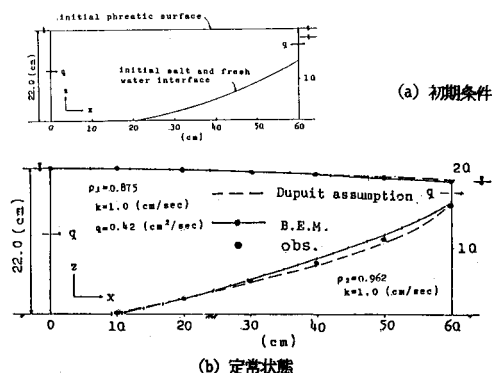


図-7 塩水くさびに関する計算値と実験値の比較