合流部における二次元水面形の数値解析

大阪府立工業高等専門学校　正員　○　多田博登
東大阪市　木村一保
富士通関西通信システム　広崎文成

1．はじめに；開水路合流点直下流部の2次元水面形は特徴的な形状を呈することは実験的に知られている。これを解析的に表わすのは現在のところ非常に困難である。本研究は数値解析によって表現することを試みたものである。

本研究ではなるべく単純なモデルと簡単な基礎式を用いること、および計算はパソコンによることにした。従来合流部の流れに対して、高度な乱流モデルを適用したもの[1]また3次元現象として扱ったもの[2]など現象をより精度よく表わそうとする試みがなされているが、計算結果の精度の評価はまだなされていないと思われる。本研究はむしろ簡単なモデルと基礎式によって計算を行ない、その結果と実験値を比較検討することから、修正、改良を加えて行くことを目的とする。またパソコンを用いるのは、プログラムの開発が手軽に行なえること、ゆえに計算結果に対して試行錯誤的に新たなモデルの重ね合わせができる利点がある。一方記憶容量が小さいことから外部記憶装置を利用する特殊な冗長な手順が必要になり更に計算時間が長くなる。

2．合流部モデルと基礎式；合流部は矩形断面、水平床の直線の本川水路に、副は異なるが同様の支川水路が横から合流する形を考える。合流点では水流の衝突・混合によって複雑な流況であるが、その上、下流、すなわち合流点より水路幅の4倍程度下流の断面、および合流点の水路幅程度上流の断面より外では一様な流れであるとする。その間は2次元流で表わされるとし、流速は深さ方向に一定である。実験では、条件によって横断方向水面勾配の大きい領域が存在し、ここでは流向、流速の3次元性がみられるが、その領域の大きさは小さく、他の大部分ではほぼ2次元的であることがわかっている。圧力は静水圧分布であるとする。また局所流的特性を強調して底面および側壁摩擦は無視する。

乱流モデルは最も簡単に、計算区間では一定値の渦動粘性係数を仮定することによる。

基礎式は下のようである。

$$u u_{,x} + v u_{,y} = -g h_{,x} + \nu_T (u_{,xx} + u_{,yy}) \qquad (1)$$

$$u v_{,x} + v v_{,y} = -g h_{,y} + \nu_T (v_{,xx} + v_{,yy}) \qquad (2)$$

$$(uh)_{,x} + (vh)_{,y} = 0 \qquad (3)$$

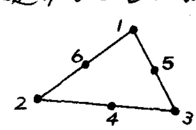


図-1 有限要素

ここに、u, v：それぞれx, y方向流速、h：水深、ν_T：渦動粘性係数，g：重力加速度．また添字xはx方向偏微分を表わす。

u, v, h を未知数として、離散化のための補間は混合法[3]を用いる。図-1の有限要素において、u, vは節点$\alpha=1\sim6$、水深hは節点$\lambda=1\sim3$に対応させ、それぞれ二次および一次多項式によって補間すると結局次の有限要素方程式が得られる。

Hiroto TADA, Kazuyasu KIMURA, Humishige HIROSAKI

$$K_{\alpha\beta\gamma}{}^{x} \cdot u_\beta u_\gamma + K_{\alpha\beta\gamma}{}^{y} \cdot v_\beta u_\gamma + H_{\lambda\alpha}{}^{x} h_\lambda + S_{\alpha\beta}{}^{x,y} u_\beta = 0 \qquad (4)$$
$$K_{\alpha\beta\gamma}{}^{x} \cdot u_\beta v_\gamma + K_{\alpha\beta\gamma}{}^{y} \cdot v_\beta v_\gamma + H_{\lambda\alpha}{}^{y} h_\lambda + S_{\alpha\beta}{}^{x,y} v_\beta = 0 \qquad (5)$$
$$I_{\lambda\mu\beta}{}^{x} u_\beta h_\lambda + I_{\lambda\mu\beta}{}^{y} v_\beta h_\lambda = 0 \qquad (6)$$

ここに係数$K_{\alpha\beta\gamma}{}^{x}$,……は節点の座標の値によって決定されるものである．また上式の表現は総和規約による．

3．数値計算；所定の境界条件と，式(4)～(6)を全体系に重ね合わせて連立方程式をつくる．パソコンの記憶容量の関係で，配列はデータファイルを利用した．この連立方程式は非線形であるから，ニュートン・ラフソン法により繰返し計算を行なって解を得る．

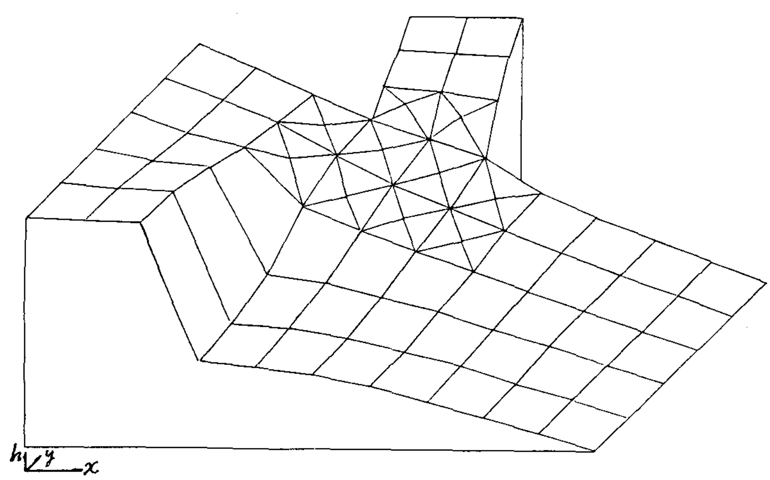
境界条件は，下流端断面ではhおよびuを与え$v=0$である．上流端は水路軸方向の流速×水深＝単位幅流量として与えることにした．壁では，直角方向の流速＝0，および平行方向の流速≠0としてスリップ速度を認めた．$\nu_T=10^{-2}\sim1$ m²/s を目安とする．

計算手順は次のようである．①合流モデル（本川と支川の水路幅，および合流角）と計算領域の決定．②要素の分割と節点座標の計算．③各要素において面積座標の係数，および係数行列の計算．④水理条件の入力（本川と支川の流量，および下流端断面の水深）．⑤全体系への重ね合わせの計算（ファイルに出力）．⑥初期値を設定し，ニュートン・ラフソン法による繰返し計算．⑦結果の出力．

図－2に2次元水面形の計算結果の一例を示す．要素の分割が粗く明確ではないが，合流部の特徴はよく表われていると思われる．

4．おわりに；要素の分割法，境界条件の設定（上流条件，スリップ速度など），および渦動粘性係数の値等については検討の必要がある．これは計算結果と実験値との比較，および著者ら[4)]の示した1次元解析による結果との整合性の精度を調べることによって本モデルの改良がなされるものと思われる．

大阪大学，室田明教授には常に温い御指導を賜っている．記して謝意を表します．



図－2　水面形計算例

参考文献

1) 水島・板倉・岸「乱流モデルによる開水路合流部の数値計算」第38回年講，S.58年9月．
2) 富所・荒木・阿尾「開水路合流部の流れの三次元数値解析法」第40回年講，S.60年9月．
3) 川原睦人「有限要素法流体解析」日科技連．　4) 室田・多田，第25回水講，'81，2月．