

k-εモデルによる乱流から層流への遷移に関する数値解析

京都大学工学部 正員

岩佐義朗

広島大学工学部 正員

細田 尚

飛島建設 正員

白畑智幸

○京都大学大学院 学生員

伊藤邦展

1. 序論; 本研究は, turbulent Reynolds数の低い領域を含むk-εモデルを開水路流れに適用し, 乱流から層流への遷移について検討し, 次に, 高次の乱流モデルを用いて, 乱れエネルギーkを各方向に配分し, 従来の実験結果と比較検討した。

2. k-εモデルによる乱流から層流への遷移に関する数値実験; 座標系ならびに記号を図-1のように考えて, 基礎式は次のようになる。等流を考えており, 水理量のx方向の変化はない。

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 1 + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left(\frac{1}{\alpha} + D' \right) \frac{\partial U}{\partial y} \right\} \quad (1)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} = D' \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 - \epsilon' + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left(\frac{D'}{\alpha} + \frac{1}{\alpha} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right\} - 2 \cdot \frac{1}{\alpha} \left(\frac{\partial k}{\partial y} \right)^2 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \epsilon'}{\partial t} = -C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon'}{k} D' \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 - C_{\epsilon 2} f_2 \frac{\epsilon'^2}{k} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left(\frac{D'}{\alpha} + \frac{1}{\alpha} \right) \frac{\partial \epsilon'}{\partial y} \right\} + C_{\epsilon 3} \frac{1}{\alpha} D' \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right)^2 \quad (3)$$

ここで, 滑動粘性係数D'は, turbulent Reynolds数が低い領域を考慮して次式で表す。

$$D' = C_{\mu} f_{\mu} \frac{k^2}{\epsilon'} \quad (4) \quad f_{\mu} = \exp \left\{ -\frac{2.5}{1 + Re_T/50} \right\} \quad (5)$$

αは無次元パラメータで, $\alpha = h U_*^2 / \nu$ と定義される。定数の値は, $C_{\mu} = 0.09$, $C_{\epsilon 1} = 1.44$, $C_{\epsilon 2} = 1.92$, $C_{\epsilon 3} = 1.0$, $C_{\epsilon} = 1.3$ を用いる。境界条件は, 自由表面上で, $\frac{\partial y}{\partial y}|_{y=1} = 0$ とし, 路床上で, $U|_{y=0} = 0$, $\epsilon'|_{y=0} = 0$, $k|_{y=0} = 0$ とした。初期条件は, $U = U_0$, $k = k_0$, $\epsilon' = \epsilon_0$ を与えた。格子間隔は, 水深を50等分し, 最下層をさらに10等分したものを用いた。(1)~(3)式を離散化し, 定常になるまで時間発展を行, た。数値実験のパラメータを表-1に示す。Run8を例にとり, (3)式中の f_2 の表示と次のようにし, f_2 の影響について比較検討した。

$$f_2 = 1.0 - \frac{0.176}{1.0 + 0.354 \exp \{ 0.95 \cdot \ln(\frac{2}{3} Re_T) \}} \quad (6-a)^2$$

$$f_2 = 1.0 - 0.3 \exp(-Re_T^2) \quad (6-b)^3$$

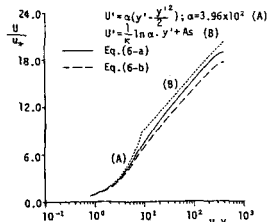


図-2

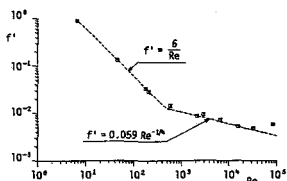


図-3

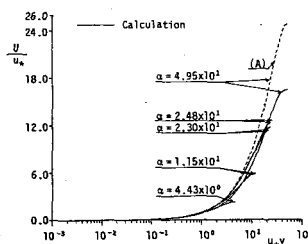


図-4

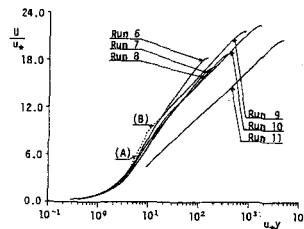


図-5

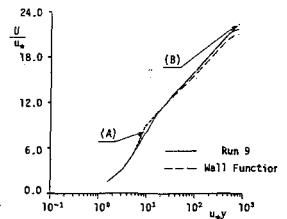


図-6

Run No.	α
Run 1	4.43 × 10 ³
Run 2	1.15 × 10 ³
Run 3	2.30 × 10 ³
Run 4	2.48 × 10 ³
Run 5	4.95 × 10 ³
Run 6	1.40 × 10 ²
Run 7	1.98 × 10 ²
Run 8	3.96 × 10 ²
Run 9	7.83 × 10 ²
Run 10	1.57 × 10 ³
Run 11	4.43 × 10 ³

表-1

大きい値を示しているが、ほぼ一致していると思われる。図-4には、Run1~Run5の流速分布を示す。それぞれ、層流の流速分布に一致している。図-5には、Run6~Run11の流速分布を示す。Run11を除いて、層流の流速分布、対数則にはほぼ一致していると思われる。Run11に関しては、粘性底層での格子間隔が大きすぎるためと思われる。図-6はRun9を例にとり、路床近傍の $y=\delta$ で $U=U_b$, $\varepsilon=\varepsilon_b$, $k=k_b$ と与えるWall function法と比較したもので、 U_b , ε_b , k_b は次式で与えられる。両者はほぼ一致している。

$$\frac{U_b}{u_*} = \frac{1}{K} \ln \alpha y' + A_s \quad (6) \quad \frac{k_b}{u_*^2} = \frac{1}{\sqrt{C_u}} \quad (7) \quad \frac{\varepsilon_b}{u_*^3} = \left(\frac{\delta}{h}\right)^{-1} \quad (8)$$

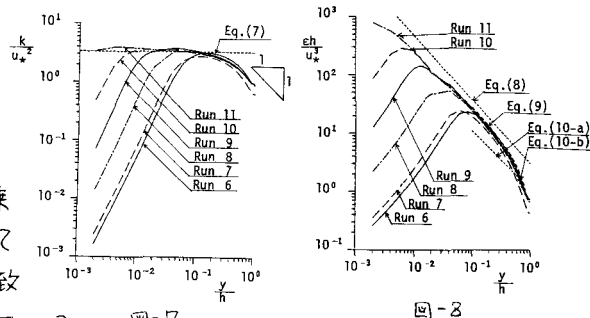
図-7, 図-8は、Run6~Run11の k と ε の鉛直分布を示したものである。図-7には(7)式、図-8には(8)式及び萩津⁵⁾と浅野⁴⁾の提案する式

$$\text{萩津;} \quad \frac{\varepsilon_h}{u_*^3} = 3(1-y')^{3/2}/y' \quad (9)$$

$$\text{浅野;} \quad \frac{\varepsilon_h}{u_*^3} = 1.1 y'^{-1} \quad (0.1 < y' < 0.6) \quad (10-a)$$

$$= 0.63 y'^{-2} \quad (0.6 < y' < 0.9) \quad (10-b)$$

も示してある。図-7より、 k は、 $y' > 0.4$ で-1乗で減衰し、壁面付近では、(7)式とはほぼ一致している。また、図-8より、 ε は実験値とはほぼ一致しており、壁面付近では、(8)式とはほぼ一致している。図-7



3. 乱れエネルギーの配分; 高次の乱流モデルを簡略化し、次式で k の配分を考える。

流速 U と乱れエネルギー散逸率 ε は第2章の結果を固定した。

$$\frac{\partial U^2}{\partial t} = -2U\frac{\partial U}{\partial y} - C_1(\bar{u}^2 - \frac{2}{3}k) - \frac{(C_2-2)}{11}(-2U\frac{\partial U}{\partial y} - \frac{2}{3}P) + \frac{2}{11}(\frac{\partial U^2}{\partial y} + D\frac{\partial U^2}{\partial y}) - \frac{2}{3}\varepsilon\{(1-f_s) + \frac{U^2}{3k}f_s\} \quad (11)$$

$$\frac{\partial \bar{u}^2}{\partial t} = -C_1\varepsilon(\bar{u}^2 - \frac{2}{3}k) - \frac{(C_2-2)}{11}(-\frac{2}{3}P) - \frac{(C_2-2)}{11}(-2U\frac{\partial U}{\partial y} - \frac{2}{3}P) + \frac{2}{11}(\frac{\partial \bar{u}^2}{\partial y} + D\frac{\partial \bar{u}^2}{\partial y}) - \frac{2}{3}\varepsilon\{(1-f_s) + \frac{U^2}{3k}f_s\} \quad (12)$$

$$\frac{\partial \bar{w}^2}{\partial t} = -C_1\varepsilon(\bar{w}^2 - \frac{2}{3}k) - \frac{(C_2-2)}{11}(-\frac{2}{3}P) - \frac{(C_2-2)}{11}(-\frac{2}{3}P) + \frac{2}{11}(\frac{\partial \bar{w}^2}{\partial y} + D\frac{\partial \bar{w}^2}{\partial y}) - \frac{2}{3}\varepsilon\{(1-f_s) + \frac{U^2}{3k}f_s\} \quad (13)$$

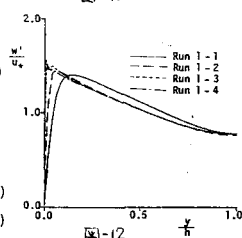
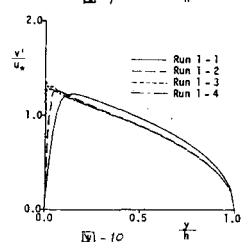
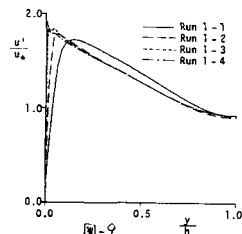
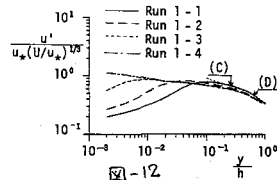
乱れエネルギー k は定義より、 $k = \frac{U^2 + \bar{u}^2 + \bar{w}^2}{2}$ 。また $-U\frac{\partial U}{\partial y} = D\frac{\partial U}{\partial y}$, $D = C_u f_u \frac{k^2}{\varepsilon}$, $P = -\bar{u}\frac{\partial U}{\partial y}$, $f_s = \frac{1}{1+0.1k/\varepsilon}$ 。定数は、 $C_1=1.5$, $C_2=0.4$, $C_{E1}=1.44$, $C_{E2}=1.92$, $C_K=1.0$, $C_E=1.3$ 。

初期条件として、 k - ε モデルで求めた U , k , ε を用いた。 U , ε をそのまま固定し、 k を(11)~(13)式で配分する。 $\bar{u}^2$, $\bar{v}^2$, $\bar{w}^2$ の初期条件は、 $\bar{u}^2=2k$, $\bar{v}^2=0$, $\bar{w}^2=0$ である。境界条件は、水路床 $y=0$ で $\bar{u}^2=\bar{v}^2=\bar{w}^2=0$, $y=h$ でRun1では、 $\frac{\partial \bar{u}^2}{\partial y}=0$, $\bar{u}^2=0$, $\frac{\partial \bar{w}^2}{\partial y}=0$, Run2では、 $\frac{\partial \bar{u}^2}{\partial y}=\frac{\partial \bar{v}^2}{\partial y}=\frac{\partial \bar{w}^2}{\partial y}=0$ である。数値実験のパラメータ $\alpha=h/y_*$ を表-2に示す。(11)~(13)式を差分化し、上記の初期条件、境界条件を与えて、定常になるまで収束計算を繰り返す。図-9~図-12にRun1の u' , v' , w' の鉛直分布を示す。(簡単化のため、 $u'=\sqrt{\bar{u}^2}$, $v'=\sqrt{\bar{v}^2}$, $w'=\sqrt{\bar{w}^2}$ とおく) 図-9~図-11より、 $u' > w' > v'$ となっていることがわかる。図-12は u' の分布形について浅野の提案する式⁴⁾と比較したものである。 α によって多少の違いがあるがほぼ一致している。また、Run2につ

(参考文献) 1) 細田, 岩佐, 余越; 京大防災年報, 1984, 2) 細田,

余越; 第30回水議, 1986, 3) Jones and Launder; J.F.M., Vol. 85, 1978

4) 浅野; 京大学位論文, 1980 5) 萩津; 京大学位論文 1977



Run	α
(1,2)-1	1.40×10^2
2	3.96×10^2
3	1.57×10^3
4	4.43×10^3

表-2