

大規模粗度近傍の流速

立命館大学理工学部 正員 大同淳之

1. はしがき 掃流砂のある流れでは、底面付近で、流速が対数則からはずれて、ほぼ一様になろうとする傾向があり、この流速についてはまだ十分に算定する方法は提案されていない。この現象は、底面の突起が相対的に大きい流れの底面付近においても観察されるもので、この流速を正確に表現することが、流砂現象、抵抗則のより正確な算定のために必要である。本文は、境界に、相対的に大きい粗度があるとき、粗度のまわりの流れの圧力差から、粗度のまわりを廻る流れが生じ、それから生ずる渦による乱れが、底面付近の流れに影響を与えていると考え、この効果をせん断力への誘導を試みた。

2. 渦による鉛直流れのモデル化

(i)底面からの渦の発生 底面からの渦の発生については種々のものが考えられる。それらの大きな原因に突起からは剥離渦²⁾あるいは突起背後の静水圧からの圧力低下により引き起こされる上向きの流れがあろう。ちなみに静水圧分布からの圧力低下 $\Delta p / \rho$ は、鉛直方向の運動式より $\Delta p / \rho = \int_0^h \{ \partial(uv+uv)/\partial x \} dy + [v^2+u^2]_0^h$ に相当し⁷⁾、鉛直方向の流速の発生をうながすものである。この渦による鉛直流れをモデル化する。

(ii)運動式 流れの中に、渦が通過するA、B2つの水平面を考える。一つの面から、他の面への全エネルギーの変化は、運動エネルギーの変化で生じ、運動エネルギーの変化は、速度と質量の変化で起こり、これは渦の質量に作用する抗力の形で表すとすると、渦の運動式は、渦の質量を $\rho \varepsilon^3$ 、渦の上昇速度を w_* とし、

$$d(m w_*^2/2) = \rho C_r \varepsilon^2 (w_*^2/2) \quad m = \rho \varepsilon^3 \quad (1)$$

となる。これを整理すると、次のようになる。

$$3 d\varepsilon/\varepsilon + 2 dw_*/w_* = C_r dz/\varepsilon \quad (2)$$

(iii)連続式 渦が水平面A、Bを動くとき、質量要素が、単位時間当たり ξ の割合で、 dz の間に $d\varepsilon$ だけ変化すると考える。その量を、 $(\varepsilon + d\varepsilon)^2$ の面積を速度 $(w_* + dw_*)$ で、 dt の間に通過する質量に付加される質量として、 $4\varepsilon \rho dz \xi dt$ とすると、

$$\rho(\varepsilon + d\varepsilon)^2(w_* + dw_*) = \rho \varepsilon^2 w_* dt + \rho 4\varepsilon dz \cdot \xi dt \quad (3)$$

ξ は w_* に比例するとして、 $\xi = a_1 w_*$ とし、式(3)を整理すると、次のようになる。

$$d\varepsilon/\varepsilon + dw_*/2w_* = 2a_1 dz/\varepsilon \quad (4)$$

iv)渦の大きさとその鉛直方向速度

式(2)と式(4)より、

$$d\varepsilon/\varepsilon = (8a_1 - C_r)(dz/\varepsilon) \quad (5)$$

となる。渦の大きさ ε は式(5)を積分して

$$\varepsilon = (8a_1 - C_r)(z + \varepsilon_1) \quad \varepsilon_1 : z=0 \text{ における渦の大きさ} \quad (6)$$

より $d\varepsilon/\varepsilon = dz/(z + \varepsilon_1)$ (7)

この結果を式(1)に代入して、 $4a_1 = C_r$ とし整理すると、次のようになる。

3. 渦の上昇に伴う底面付近の流速分布

2. で考察した渦が、河床の単位面積、単位時間あたりに k 個発生するとする。この渦によって上昇する流れは、単位面積当たり、つぎのように表せよう

$$\rho K \varepsilon^3 w_* = \rho K \varepsilon^3 w_{*0} / (z + \varepsilon_1) = \rho \beta w_{*0} / (z + \varepsilon_1), \quad \beta = K \varepsilon^3 \quad (9)$$

流れの上昇に伴って循環流が生じる。この循環流によって、流れの中の水平な単位面積、単位時間あたりに鉛直方向に上昇及び下降する質量は等しいとして、その差をとると、

$$(1/2) \rho \beta w_{*0} / (z + \varepsilon_1) - (-1/2) \rho \beta w_{*0} / (z + \varepsilon_1) = \rho \beta w_{*0} / (z + \varepsilon_1) \quad (10)$$

と表される。この質量が、その面での主流の流速 u で、 x 方向に運ばれるとすると、その面に作用するせん断力は、

$$\tau = \rho \beta w_{*0} u / (z + \varepsilon_1) \quad (11)$$

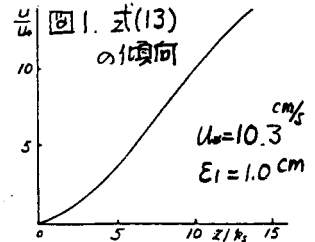
と表される。 $w_{*0} \propto (du/dz)$ として、 $w_0 = \alpha (du/dz)$ とする。 α は係数。

$$\tau = \alpha \rho \beta \frac{u}{z + \varepsilon_1} \frac{du}{dz} = \rho \Gamma \frac{u}{z + \varepsilon_1} \frac{du}{dz}, \quad \Gamma = \alpha \beta \quad (12)$$

この渦に伴うせん断力が、通常の乱れによるせん断力に加わるものとして、

$$\tau = \rho \ell^2 \left(\frac{du}{dz} \right)^2 + \rho \Gamma \frac{u}{z + \varepsilon_1} \frac{du}{dz} \quad (13)$$

式(13)を、数値積分した結果と実測値との比較は図 1 のとおりである。この測定では、 ε_1 の値は不明であるので、玉井³⁾らの測定値を参考にして $\varepsilon = 1.0 \text{ cm}$ とした。ただし、 ε_1 の値が少々変わっても計算値には大きな変化は出ていない。



式(13)を近似的に解いて結果は次のとおりである。すなわち、河床面のごく近傍では、式(13)の右辺第1項は、第2項に比して小さいとして、 u を求めると、 $u/u_* = \sqrt{2z/\Gamma'}$ これを式(13)の u に代入すると、

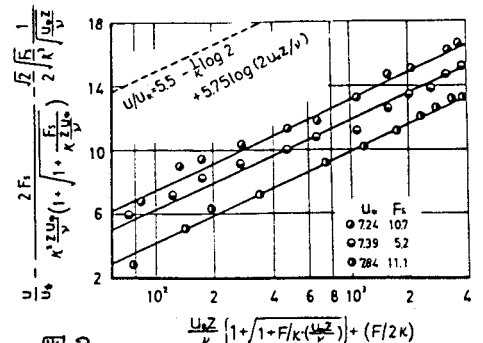
$$\tau/\rho = \ell^2 (du/dz)^2 + \sqrt{2\beta' u_* \sqrt{z}} (du/dz), \quad \beta' = \varepsilon_1/\alpha \quad (14)$$

となる。 $\ell = x(z - \delta_s)$ 、 x : Karman 定数、 δ_s は底面近傍の特性厚さとする。

式(14)を積分して、 $u_* \ell/\nu$ が大きいところで、 $\ell = xz$ 、 $z = \delta$ で、 $u = u\delta$ とすると、

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{K} \ln \left\{ \frac{u_* z}{\nu} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{F_s}{K u_* z}} \right) + \frac{F_s}{2K} \right\} + \frac{2F_s}{K^2 \frac{u_* z}{\nu} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{F_s}{K u_* z}} \right)} + \frac{\sqrt{2} \sqrt{F_s}}{2 \sqrt{K^3} \frac{u_* z}{\nu}} + \frac{1}{K} \ln K + C_2 \quad (15)$$

ここに $F_s = \beta' u_* / 2x\nu$ である。式(15)の右辺第2項、第3項を左辺に移項すると、この左辺と右辺第1項の $\{ \}$ で括られた量の対数との間には $1/x$ の勾配で直線関係が成立する。測定値との比較を図2に示す。



1) 称津、中川、天野: 第30回水講86' 2) E.H.Cheng Incipient Motion of Large Roughness Elements, Ph D, dis. Utah Univ. 70' 3) 玉井: 第25回水講81'

図2