

マトリクス演算法による河川洪水流量の生起確率に関する研究

京都大学防災研究所 正員 池淵周一

岐阜大学工学部 正員 小尻利治

京都大学工学部 正員 堀 智晴

1. 緒言 多施設・多評価地点系から成る広域的な治水システムを策定する場合、流域内の各評価地点のバランスを考慮するためには各地点における洪水生起確率（氾濫確率）を基準とした評価を行うことが必要となってくる。氾濫確率の算定方法には、流況シミュレーションを通じて行う方法と流量確率の演算による方法の2種類が考えられる。本研究では、筆者らが提案する広域的な治水システムの段階的計画決定プロセスのうちScreening段階に対応する精度の氾濫確率の簡便な算定手法として確率マトリクスの演算による方法を特に複雑な河川システムへの適用を念頭において考察する。

2. 基本となる算定法 マトリクス演算による氾濫確率の算定法は部分流域間の流出流量の時・空間分布モデルが一樣でない有限マルコフ連鎖で表されるものとし、合流による流量の和分布をshift-operationによって算定しようとするものである。したがって、河道、ダム操作、越流・氾濫による洪水の挙動も流量の入力と出力の変換マトリクスによって定式化されるが、これら基本型の詳細については後述の文献を参照されたい。

3. 特殊な合流条件下における演算法 shift-operationを基本とする合流操作を複雑な河川流域に適用する場合、確率行列の成分間の対応関係によっては特別な操作を必要とする場合がある。ここでは、その一例としてFig.1に示す河川システムについて略述する。なお、以下では記述を簡単にするため時刻の表示を省略している。いま、 Q_k を部分流域kからの流出流量とし、 Q_{k-1} と Q_k との間の $(S+1) \times (S+1)$ 遷移確率行列を PQ_k で表す（ S は流量の分割数である）。 D_n はダムnの操作行列である $((S+1) \times (S+1))$ 。地点 $l+1$ における合流流量と支川流入量 $Q_{k+1}+Q_0$ との同時生起確率行列 $Q_{J_{l+1}}((S(l+1)+1) \times (2S+1))$ を求めるためには、

次の手順にしたがって Q_{k-1} と合流地点lでの合流流量 $Q_{k+1}+Q_0$ との間の遷移確率行列 $Q_{J_l}((S+1) \times (S+1))$ を算定しなければならない。ただし、 Q_0 はダムnの放流量である。

1) PQ_k を Q_0 の値によって分類し、次の成分 p_{ij}^{km} から成る $S+1$ 個の $(S+1) \times (S+1)$ 遷移確率行列 $PQ_k(Q_0=m)$ に分解する($m=0, \dots, S$)。

$$p_{ij}^{km} = \Pr[Q_k = j | Q_{k-1} = i, Q_0 = m] \quad (1)$$

2) $PQ_k(Q_0=m)$ と PQ_{k+1} の行列積を求め、

その全成分を行方向に m だけ移動するこ

とにより、次の成分 q_{ij}^{km} を持つ遷移確率行

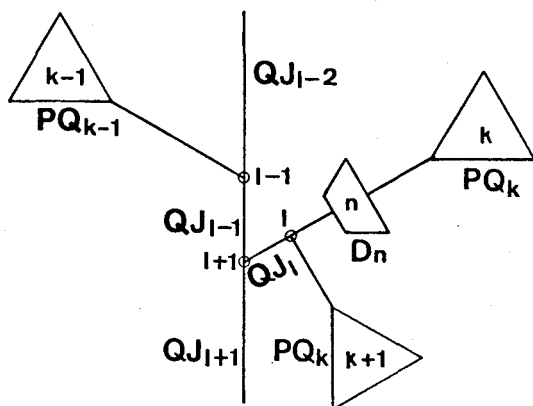


Fig.1 special model of confluence

Shuichi IKEBUCHI, Toshiharu KOJIRI, Tomoharu HORI

列 Q_{j1} ($Q_{0n}=m$)を算定する。ただし、移動後空白となる成分はゼロで満たされる。

$$q_{ij}^{km} = \Pr[Q_k + Q_{k+1} = j | Q_{k-1} = i, Q_{0n} = m] \quad (2)$$

3) Q_{k-1} と Q_k+Q_{k+1} との間の遷移確率行列 Q_{j1} は次式で与えられる。

$$Q_{j1} = \sum_{m=0}^S Q_{j1} (Q_{0n} = m) \quad (3)$$

Q_{j1} が算定されると、 Q_{j1+1} は Q_{j1-1} と Q_{j1} のshift-operationによって求められる。なお、 Q_{j1-1} は地点 $l-1$ での合流流量と支川流入量との同時生起確率行列($s(l-1)+1 \times (s+1)$)である。

4. 氾濫確率の算定法 shift-operation法では、流量値を離散化して取り扱うため、合流操作を繰り返すたびに1つの流量レベルが表す流量値の幅が増加し、隣合うレベルが表す合流流量の範囲が重複するという問題が生じる。いま、 ΔQ :流量離散幅、 i :流量レベル($i=0, \dots, S$)、 l :上流地点から数えた合流番号、 g_i^l :レベル i の合流流量の生起確率、 G_l :地点 l における合流流量とすると、 g_i^l は次式で与えられる。

$$g_i^l = \Pr[ix\Delta Q \leq G_l < (i+1)\Delta Q] \quad (4)$$

そこで、(4)式で与えられる流量確率分布から氾濫確率PFを得るには次の3つの近似法が考えられる。ただし、 i' は河道疎通能力に対応する流量レベルを表している。

$$\begin{aligned} (a) \quad PF' &= \sum_{i=i'}^{s+1} g_i^l & (b) \quad PF'' &= \sum_{i=i'-1}^{s+1} g_i^l = PF' + \sum_{i=i'-1}^{i'-1} g_i^l \\ (c) \quad PF''' &= PF' + \sum_{i=i'}^{i'-1} \frac{i - (i'-1) + 1}{i+1} g_i^l \end{aligned} \quad (5)$$

5. 適用例 以上に略述した氾濫確率の算定法を部分流域数10、評価地点数7から成る河川システムに適用した。Fig.2は、対象流域の概要と適用結果のうち上流より2番目に位置する評価地点(図中本川上黒点で示す)に対する氾濫確率の時間的変化を示したものである。図中実線は流況シミュレーションによる流量追跡を通じて算定した氾濫確率であり、 $PF' \sim PF'''$ はマトリクス演算法により(4)式を用いて算定したものである(ただし、マトリクス演算法では流量の離散幅を $60 \text{ m}^3/\text{s}$ 、分割数を20と設定している)。これらの比較により、(c)の近似法を用いればマトリクス演算法によって比較的精度よく氾濫確率を算定できることがわかる。

6. 結語 本研究では氾濫確率の簡便な算定法としてマトリクス演算を中心とした方法を展開した。今後、さらに実流域への適用を重ねその実用性を高めていきたい。

【参考文献】高棹琢馬・池淵周一：洪水の時・空間生起確率算定法とその治水計画への適用，京都大学防災研究所年報，第23号B-2，1979，pp.179-194

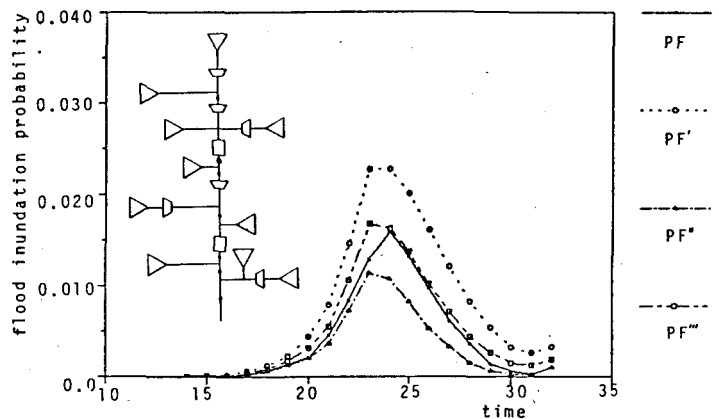


fig.2 flood inundation probability