ダム貯水池の実時間操作に関する考察

京都大学　工学部　正　員　髙棹琢馬　　京都大学　工学部　正　員　椎葉充晴
京都大学　大学院　学生員　張　昇平　　京都大学　大学院　学生員○児玉好史

1. はじめに　ダム貯水池の実時間操作においては、以下の (a)システムの不確かさを考慮すること、(b)時々刻々得られる観測情報およびインプットの予測を有効に利用して逐次最適なコントロール（放流量）を決定していくこと、(c)コントロールと状態に関する確率的な制約（chance constraints）を考慮すること、(d)次元の呪いを克服し計算の効率を保証すること、(e)特殊な形の目的関数だけでなく、一般的な形の目的関数を扱うことが重要である。Geogakakos[1] らは目的関数を Taylor 展開を用いて２次近似して DDP[2) 3)] に似た手法を用いた Open Loop Feedback Controller（以下 OLFC と略す）によるダム貯水池群の実時間操作のアルゴリズムを提案している。本研究では、(a) ～ (e)を念頭におき目的関数を一部再定式化し、これを統計的２次近似する[4)] 実時間操作のアルゴリズムを提案する。

2. OLFC とは　OLFC は、時刻 k において次の操作を行う。

a. 現在までの情報 I_k を用いて、現在時刻 k の状態 s_k の確率分布を求める。
b. 時刻 k 以後は、観測がないものと仮定して、状態とコントロールの関数の期待値で表される目的関数が最適になるようにコントロールを決定する。
c. b. で得られた時刻 k でのコントロールを適用する。
d. 時刻 k+1 での情報を追加して I_k を I_{k+1} に更新する。
e. a に戻って繰り返す。

3. 定式化　OLFC において、最も重要な問題は b. のコントロールを決定することである。以下では、一般性を失わない少し特殊な形で定式化する。

状態方程式　$s_{\iota+1} = \Phi_\iota s_\iota + B_\iota u_\iota + \xi_\iota \;,\; \iota = 0, 1, \cdot\cdot, T-1$ (1)

制約条件　$u_{j\iota}^{min} \leqq u_{j\iota} \leqq u_{j\iota}^{max} \;,\; j = 1, \cdot\cdot, n_u \;,\; \iota = 0, 1, \cdot\cdot, T-1$ (2)

次の目的関数を最小にする。

$$J = \underset{s_0,\ \xi_\iota,\ \iota = 0,\ldots,T-1}{E} \left\{ \sum_{\iota=0}^{T-1} \left[\ell_{\iota+1}(s_{\iota+1}) + m_\iota(u_\iota) \right] \right\} \qquad (3)$$

ここに、s_ι : n_s 次状態ベクトル．添字 ι は時刻 ι を示す．$s_0 \sim N(\bar{\bar{s}}_0, \bar{\bar{P}}_0)$．$u_\iota$: n_u 次コントロールベクトル．$n_{j\iota}$ は u_ι の第 j 成分を示す．ξ_ι : n_s 次ノイズベクトル．$\xi_\iota \sim N(0, Q_{\xi 0})$．$E \{ \xi_\iota \xi_m^T \} = Q_{\xi\iota} \delta_{\iota m}$．$\Phi_\iota$, B_ι : $n_s \times n_s$, $n_s \times n_u$ 次元行列．$u_{j\iota}^{min}$, $u_{j\iota}^{max}$: $u_{j\iota}$ の最小値と最大値．$\ell_\iota(s_\iota)$: 時刻 ι での状態ベクトルの関数．$m_\iota(u_\iota)$: 時刻 ι でのコントロールベクトルの関数．

4. アルゴリズム　3. で定式化された問題の解法を示す。まず、$\{ u_\iota \}_{\iota=0,\ldots,T-1}$ の候補値として $\{ u_\iota^{(i)} \}_{\iota=0,\ldots,T-1}$ を選ぶ。これは、(2) を満たしているとする。このコントロールを用いて (1) より s_ι の期待値 $\{ \bar{s}_\iota^{(i)} \}_{\iota=1,\ldots,T}$ が得られる。

$$\delta s_\iota = s_\iota - \bar{s}_\iota^{(i)}, \qquad \delta u_\iota = u_\iota - u_\iota^{(i)} \qquad (4)$$

Takuma TAKASAO　Michiharu SHIIBA　ZHANG Shengping　Yoshifumi KODAMA

とおく。コントロール $\{ u_t^{(i)} \}_{t=0,\ldots,T-1}$ のもとでは $\delta s_t \sim N(0, P_{st})$ となる。ただし、P_{st} は δs_t の共分散行列である。このとき統計的2次近似を用いて、

$$\ell_t(s_t) = \ell_t(\bar{s}_t^{(i)} + \delta s_t) \ (\equiv \tilde{\ell}_t(\delta s_t) \text{ とおく})$$
$$\cong 1/2 \ \delta s_t^T N_{sst} \ \delta s_t + N_{st}^T \ \delta s_t + N_{s0t} \tag{5}$$

と近似する。また、Taylor 展開の2次項までとって $m_t(u_t)$ を次のように近似する。

$$m_t(u_t) = m_t(u_t^{(i)} + \delta u_t) \ (\equiv \tilde{m}_t(\delta u_t) \text{ とおく})$$
$$\cong 1/2 \ \delta u_t^T N_{uut} \ \delta u_t + N_{ut}^T \ \delta u_t + N_{u0t} \tag{6}$$

(4) ～ (6) を用いると、δs_t の期待値 δs_t は

$$\delta \bar{s}_{t+1} = \Phi_t \ \delta \bar{s}_t + B_t \ \delta u_t, \ \delta \bar{s}_0 = 0, \ t = 0, 1, \cdot\cdot, T-1 \tag{7}$$

となり、制約条件、目的関数は次のように表される。

$$\delta u_{jt}^{min} \leqq \delta u_{jt} \leqq \delta u_{jt}^{max}, \ j = 1, \cdot\cdot, n_u, \ t = 0, 1, \cdot\cdot, T-1 \tag{8}$$

$$\tilde{J} = \sum_{t=0}^{T-1} \{ 1/2 \ \delta \bar{s}_{t+1}^T N_{ss,t+1} \ \delta \bar{s}_{t+1} + N_{s,t+1}^T \ \delta \bar{s}_{t+1}$$
$$+ 1/2 \ \delta u_t^T N_{uut} \ \delta u_t + N_{ut}^T \ \delta u_t \} \tag{9}$$

以上で変換された $\delta \bar{s}_t$ に関する決定論的問題を解く。コントロールに関する制約条件 (8) がないとして、コントロールの改善の方向を DDP に似た方法で求める。制約条件は Projected Newton Method により満足させる。改善の方向へのステップサイズは Armijo Rule に似た方法で決定する。これで、新しいコントロールとこれに対応した状態の期待値を得て、再び最初に戻る。コントロールが目的関数 J の停留値になるまで繰り返す。

以上の解法では、目的関数が下に凸であると仮定されている。問題が well defined でないときは、問題に応じて目的関数 $\tilde{J}$ に次の項を追加する。

$$1/2 \ \delta \bar{s}_t^T \ \Delta N_{sst} \ \delta \bar{s}_t + 1/2 \ \delta u_t^T \ \Delta N_{uut} \ \delta u_t \tag{10}$$

δs_t は $N(\delta \bar{s}_t, P_{st})$ にしたがい、$\{ P_{st} \}_{t=0,\ldots,T}$ は $\{ \delta u_t \}_{t=0,\ldots,T-1}$ に依存しないことに注意すると、状態ベクトルに関する確率的な制約条件は、状態ベクトルの期待値に関する制約条件 $\delta \bar{s}_t^{min} \leqq \delta \bar{s}_t \leqq \delta \bar{s}_t^{max}$ に変換される。この制約条件は、ペナルティ関数を目的関数に付加し反復することによって満足される。

5. おわりに　ここに示した方法は、特に以下の点で有効である。

① DDP に似た方法を用いることにより、次元の呪いから開放される。

② 目的関数の状態ベクトルに関係する部分は、統計的2次近似を用いて2次関数に近似する。状態ベクトルが確率変数であるから、Taylor 展開を用いて局所的に近似するよりも大域的に近似する統計的2次近似を用いる方が良い。また、Taylor 展開できないような関数においても統計的2次近似は有効である。

【参考文献】 1) Geogakakos,A.P.,and D.H. Marks;Real Time Control of Reservoir Systems,M.I.T.,TR No.301,Cambridge,Mass.,1985. 2) Jacobson,D.,and D. Mayne; Differential Dynamic Programming,Elsevier,New York,1970. 3) Murray,D.M., and S.J.Yakowitz;Constrained Differential Dynamic Programming and Its Application to Multireservoir Control, W.R.R.,Vol.15,1979. 4) 高棹琢馬,椎葉充晴,富澤直樹;統計的2次近似理論を適用した流出予測システムの構成,京大防災年報第27号B-2.