構造物一地盤系の固有振動特性に及ぼす動的相互作用効果

京都大学防災研究所　正　員　土岐憲三
京都大学防災研究所　正　員　佐藤忠信
京都大学　　　　　　学生員○坂井雅道

<u>1.まえがき</u>　本研究では、上部構造物の非減衰固有モードと固有振動数のみから、相互作用系に等価な固有振動数ならびに減衰定数を決定するための近似理論を展開し、これをもちいた解析結果と複素固有値解析による厳密解とを比較する。

<u>2．構造物一地盤系の近似固有値の解析</u>　基礎の振動としては並進振動と動揺振動との連成振動を考え、上部構造物は集中質量系で表現できるものとする。一般に運動方程式中の減衰マトリクスは非比例減衰特性を有しているので、複素固有値解析を行わなければならない。上部構造物の自由度をｎとすると、固有方程式の解は $\lambda_n = a_n \pm i\, b_n$（n=1,…,n＋2）となる。一方減衰マトリクスが比例減衰から構成されるとすると、固有方程式の解は$\lambda_n = -\omega_{on} h_n \pm i\sqrt{1-h_n^2}\ \omega_{on}$と表される。ここに$\omega_{on}$は非減衰系のn次の固有円振動数であり、$h_n$はn次の減衰定数である。両者を等置することにより等価非減衰固有円振動数と等価減衰定数が次式の様に与えられる。[1)]

$$\omega_{on} = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}\ ,\ h_n = -a_n / \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \tag{1}$$

次に、上部構造物のみの非減衰固有円振動数ω_iと固有モードQ_iを用いて、構造物一地盤系の等価な固有円振動数ならびに減衰定数を決定するための近似式を導く。上部構造物の質量が基礎の質量より比較的小さいと仮定し、二段階の近似を行う。まず基礎の振動として並進のみを考え、非減衰系の固有方程式を上部構造物と基礎の部分に分離する。次に全体系のｉ次モードを $\Phi_i^* = \{\phi_{1,i}^*, \cdots, \phi_{n,i}^* \mid \phi_{n+1,i}^*\} = \{\Phi_i \mid \phi_{n+1,i}^*\}$ と表し、Φ_iを上部構造物系の非減衰固有モードとする。仮定よりΦ_iから基礎の並進振動に関する成分$\phi_{n+1,i}^*$を差し引いた値はQ_iから少し変化しているだけである。よってQ_iを用いて次式のように近似する。

$$\Phi_i = Q_i + \{1\}\ \phi_{n+1,i}^* \tag{2}$$

式（2）を用いて固有方程式として次式を得る。

$$(1+\beta-\alpha_i)\omega_i^{*4} - \{\omega_b^2 + \omega_i^2 + (\beta-\beta_i)\omega_i^2\}\ \omega_i^{*2} + \omega_i^2 \omega_b^2 = 0 \tag{3}$$

ここにβ, β_i, α_iは質量,剛性マトリクス及びモードベクトルより決まる定数である。式（3）をω_i^*について解き、ω_iに近い方を近似解として採用する。ω_i^*が決定されるとΦ_i^*が決定できる。Φ_i^*が決まると、第n+1番目のモードΦ_{n+1}^*及びω_{n+1}^*はΦ_i^*に関する直交性の条件より導くことができる。以上より決定されるω_i^*, Φ_i^*を第一段階

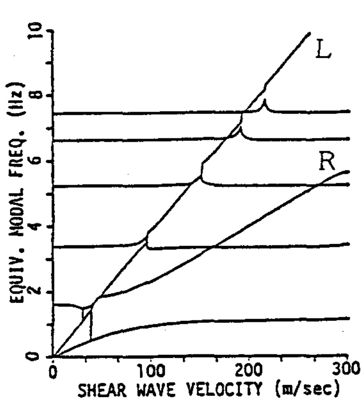

図1（a）固有振動数の近似解

Kenzou TOKI, Tadanobu SATO, Masamichi SAKAI

の近似解とする。更に第一段階の近似解 ω_i^*, Φ_i^* を用いて、基礎の振動として並進振動と動揺振動の連成振動を考える場合の近似式を導く。非減衰系の固有方程式を動揺に関する部分とそれ以外の部分とに分離し、モードの第一近似として次式を採用する。

$$\Phi_i' = \Phi_i^* + \{h'\}\,\phi_{n+2,i}^{\circ} \tag{4}$$

$$\Phi_i^{\circ} = \{\phi_{1,i}^{\circ}, \cdots, \phi_{n+1,i}^{\circ} \mid \phi_{n+2,i}^{\circ}\}$$

$$= \{\Phi_i' \mid \phi_{n+2,i}^{\circ}\}$$

ここに $\{h'\}$ は基礎の回転中心から各質点までの高さを表すベクトルであり、Φ_i°を構造物系の固有モードとする。式 (4) と固有方程式より次式を得る。

$$(1+\beta'-\gamma_i')\omega_i^{\circ 4} - \{\omega_R^2 - \delta_i' + \omega_i^{*2} + (\beta'-\alpha_i')\omega_i^{*2}\}\,\omega_i^{\circ 2} + \omega_i^{*2}(\omega_R^2 - \beta_i') = 0 \tag{5}$$

ここに $\beta', \alpha_i', \beta_i', \gamma_i', \delta_i'$は質量，剛性マトリクス及びモードベクトルより決まる定数である。式 (5) を ω_i°について解き、ω_i^*に近い方を近似解として採用する。ω_i°が決定されるとΦ_i° も決定される。第n+2番目のモードΦ_{n+2}°及びω_{n+2}°はΦ_i'に関する直交性の条件より導くことができる。以上より決定されるω_i° ，Φ_i°を第二段階の近似解とする。また減衰定数の近似解は第一段階，第二段階とも減衰マトリクスを介するモードの直交性を仮定することによって決定される。

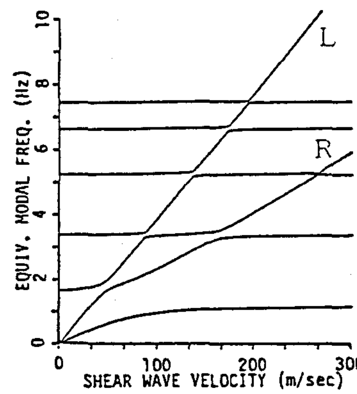

図１（ｂ）固有振動数の厳密解

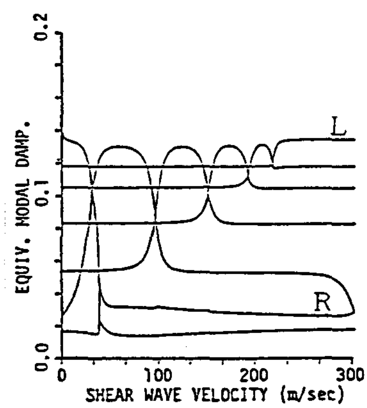

図２（ａ）減衰定数の近似解

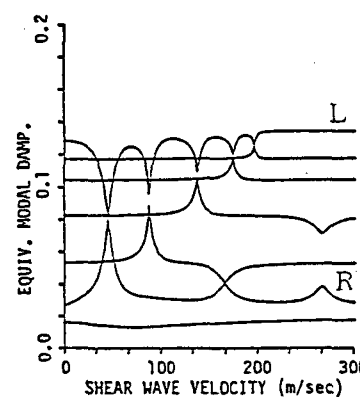

図２（ｂ）減衰定数の厳密解

３．数値計算例　上部構造物は等質量の５自由度系とし、基礎の重量は1000tf，上部構造物の層間の高さは全て3mとした。数値解析結果は横軸に地盤のせん断波速度を取り表示する。図１，図２は質量比10:1の場合の近似解と厳密解である。図中Ｒは動揺振動の、Ｌは並進振動の卓越するモードを示している。固有振動数、減衰定数の両者とも全体的な傾向は良く一致している。基礎の振動モードと上部構造物の低次モードとが連成を起こす領域では近似解の精度は良いといえるが、構造物の振動モードが高次になるにつれて近似の精度は次第に悪くなるのがわかる。また並進と動揺の振動モードが上部構造物の１次モードと同時に連成している領域では固有振動数及び減衰定数の変化は複雑になる。固有振動数の近似の精度は比較的良いが減衰定数に関してはあまり良くないことも判明する。

４．参考文献

1)土岐憲三，佐藤忠信，中尾恭啓；地盤一構造物系の固有振動特性に及ぼす動的相互作用の効果，土木学会関西支部講演会概要集，昭和６０年５月