

固有円振動数を拘束条件としたトラスの最適設計

関西大学工学部 正会員 米澤 博
 関西大学工学部 正会員 堂垣 正博
 神戸大学大学院 学生員 〇堀之内伸裕
 大阪市立大学大学院 学生員 矢幡 武人

1. まえがき 現在まで種々の橋梁型式に対して構造物を合理的、経済的に設計するための最適設計問題が数多く研究されている。トラス橋を対象とした研究のうち、静的解析から応力や変位の許容値を満足するように重量の最小化を図る研究は比較的多くなされているが、動的剛性に着目し、固有振動数の最大化問題としてトラスを最適設計した研究はあまりなされていないようである。ここでは、ワーレン、鉛直材付きワーレンおよびブラット型式の単純支持平面トラス橋を対象に非減衰自由振動解析し、トラスの全体積、格間数、斜材の傾斜角および部材の断面積などと一次の固有円振動数の関係を求め、この振動数が最大となるトラスの最適断面の配置と形状を決定する。

2. 基礎式 支間長 L 、格間数 n 、上弦材、下弦材、斜材、鉛直材の部材長と断面積がそれぞれ L_u 、 L_l 、 L_d 、 L_v と A_u 、 A_l 、 A_d 、 A_v である Fig. 1 に示すようなワーレン、鉛直材付きワーレンおよびブラット型式のトラスを対象とする。ただし、端柱は上弦材と同一断面とする。トラスを最適設計するにあたり、以下の条件を設ける。すなわち、①トラスの変形は微小変形理論に従う。②質量マトリックスとして Lumped Mass を用いる。③部材の局部座屈およびトラスの横倒れ座屈は考慮しない。

両端が単純支持された平面トラスが非減衰自由振動する場合、その運動方程式は有限要素法の適用により無次元化表示で次式のように表される。

$$\frac{rL^2}{2gE} [\bar{M}] \{\ddot{x}\} + [\bar{K}] \{x\} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 r 、 E 、 g はそれぞれ単位体積重量、ヤング率、重力加速度である。また、 $[\bar{M}]$ 、 $[\bar{K}]$ および $\{x\}$ は無次元化された質量・剛性マトリックスおよび変位ベクトルで、

$$[\bar{M}] = \sum_{e=1}^{n_e} \bar{A}_e L_e [I], \quad [\bar{K}] = \sum_{e=1}^{n_e} \frac{\bar{A}_e}{L_e} [K_e], \quad \{x\} = \sum_{e=1}^{n_e} \{u_i, v_i, u_j, v_j\}_e^t$$

である。ここに、 n_e はトラスの全部材本数、 $\bar{A}_e$ 、 L_e は部材 e の断面積 A_e と部材長 L_e を下弦材の断面積と部材長でそれぞれ除した値、 u_i 、 v_i は節点 i の水平と鉛直方向変位である。また、 $[I]$ 、 $[K_e]$ は 4×4 の単位行列と基準座標系で表示した剛性マトリックスの無次元量である。

非減衰自由振動系の解として、 $\{x\} = \{a\} e^{i\omega t}$ と置けば、式(1) は次式となる。

$$\left([\bar{K}] - \frac{\pi^4}{2n^2} \omega^2 [\bar{M}] \right) \{a\} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

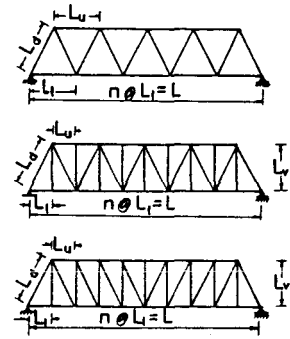


Fig. 1

ここに、 a は振幅ベクトルであり、 ω_n は固有円振動数 ω を下弦材と同一断面で支間長 L のはりの固有円振動数 ω_b と格間数 n の下弦材の細長比 λ_n で無次元化した値($=\omega/\omega_b \lambda_n$)である。したがって、固有値方程式

$$| [\bar{K}] - \frac{\pi^4}{2n^2} \omega_n^2 [\bar{M}] | = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

を全体積が一定という条件のもとで、断面積、斜材の傾斜角、格間数などに対して解けば、固有円振動数を決定することができる。これらの固有円振動数のうち、最大固有円振動数を得るときの断面配置および形状を決定する。

3. 数値解析結果 現存のトラス橋を参考に、下弦材がトラス全体に占める割合 $V/V_L=2\sim4$ 、格間数 $n=5\sim15$ 、斜材の傾斜角 $\theta=30^\circ\sim85^\circ$ の範囲で解析した。

$n=5$, $V/V_L=3$ のワーレントラスの場合、固有円振動数と上弦材の断面積の関係はFig. 2のようになる。まず、 $\theta=30^\circ$ の場合、 $A_u/A_1 \geq 1$ の範囲で ω_n は上に凸の曲線となり、 $A_u/A_1=1.6$ 付近で最大値を示す。 A_u/A_1 の増加とともにトラスの動的剛性が増すため、 ω_n は漸増するが、 A_u/A_1 が相対的に大きくなると、全体積一定の条件から斜材の断面積が減少しすぎるため、 ω_n が減少し、曲線に最大点が現れた。動的剛性の観点から、この点は上・下弦材および斜材間のバランスが最もよい状態であることが分かる。

図から明らかなように、 $\theta \geq 45^\circ$ の場合にも $\theta=30^\circ$ の場合と同様、断面積の増加とともに上に凸の曲線となり、 θ が大きいくほど断面積による振動数の変化が著しい。 $\theta \leq 70^\circ$ の範囲では θ の増加、すなわち構高の増加とともにトラスの鉛直曲げ振動に対する動的剛性が増すため、各傾斜角ごとの ω_n の最大値は増加する。しかし、 $\theta > 70^\circ$ では構高が高くなりすぎ、トラスの振動系が鉛直から水平の曲げ振動に変化するため(Fig.3に示す振動モード参照)、急激な振動数の減少となった。このことは θ と ω_n の関係を示すFig. 4からも明らかである。なお、この図はFig. 2で得られた各傾斜角ごとの ω_n の最大点を用いて描いたものである。図から明らかなように、 $\theta=68.9^\circ$ の場合に固有円振動数は最大となり、この角度でトラスは最適な形状となる。この場合、 $A_u/A_1=0.79$, $A_d/A_1=0.418$ である。

なお、他のトラス形式の結果については講演会の当日に発表する。

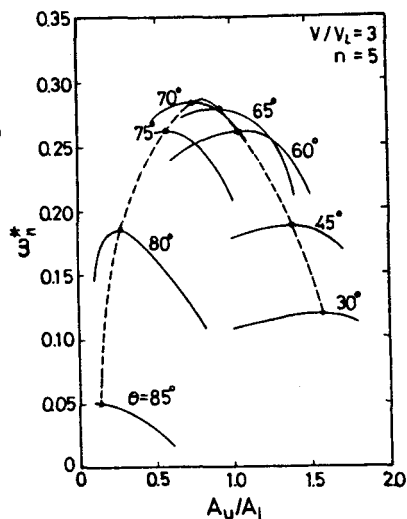


Fig. 2

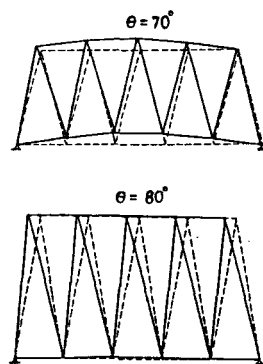


Fig. 3

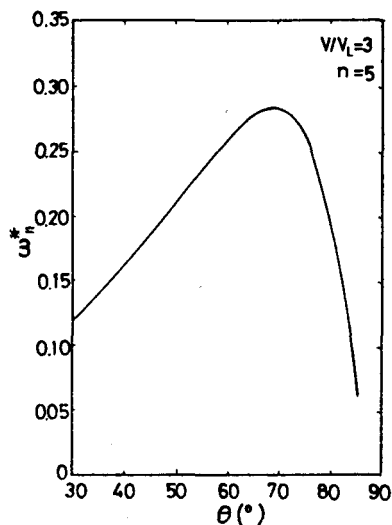


Fig. 4