

シミュレーション言語を用いた曲線桁の振動解析

関西大学工学部 正会員 三上 市藏

関西大学大学院 学生員 ○牧野 晴一

1. まえがき 著者らの研究室では、簡単にプログラムが作成できるシミュレーション言語を用いて振動問題・熱伝動問題を解き^{1) 2) 3)}, また、これをDynamic-Relaxation法及びViscous-Relaxation法^{4) 5)}に適用するなどの研究を行ってきた。文献3)では、この言語を用いて、変断面の塔の振動解析を研究した。ここでは、曲線桁の振動解析へのシミュレーション言語の適用を試みる。

2. 基礎方程式 図-1に示すような、図心軸長 l , 曲率半径 R , 断面積 A の非対称断面を有する曲線桁を考える。座標系を図-1のように定め、断面力と変位は図-2のように定める。

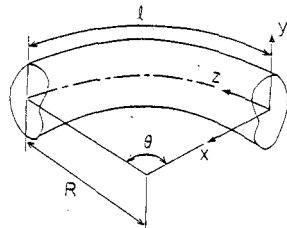


図-1

つりあい方程式を導き、慣性項を付加すると以下の振動方程式が得られる。

$$N_{,z} + M_{y,z} / R = (1 - x_0/R)^2 \rho A \ddot{w} - \rho I_y (\ddot{u} + y_0 \ddot{\phi})_{,z} / R \quad (1-a)$$

$$M_{x,z} + (M_{z,z} + y_0 N / R) / R = (1 - x_0/R)^2 \rho A (\ddot{v} - x_0 \ddot{\phi}) + (1 - x_0/R) y_0 \rho A (\ddot{u} + y_0 \ddot{\phi}) / R + (1 - x_0/R) y_0 \rho A \ddot{w}_{,z} - \rho I_x (\ddot{v} - x_0 \ddot{\phi})_{,zz} \quad (1-b)$$

$$M_{y,z} - N / R = -(1 - x_0/R) \rho A (\ddot{u} + y_0 \ddot{\phi}) - (1 - x_0/R) x_0 \rho A \ddot{w}_{,z} - \rho I_y (\ddot{u} + y_0 \ddot{\phi})_{,zz} \quad (1-c)$$

$$M_{z,z} - M_x / R + y_0 N / R = (1 - x_0/R) \rho I_y (\ddot{\phi}) - (1 - x_0/R) y_0 \rho A (\ddot{u} + y_0 \ddot{\phi}) / R + (1 - x_0/R) x_0 \rho A (\ddot{v} - x_0 \ddot{\phi}) / R \quad (1-d)$$

断面力と変位の関係は、以下の式を用いる。

$$N = (1 - x_0/R) EA (\varepsilon + x_0 \kappa_y + y_0 \kappa_x),$$

$$M_x = -(1 - x_0/R) E (I_x \kappa_x + I_{xy} \kappa_y),$$

$$M_y = (1 - x_0/R) E (I_y \kappa_y + I_{xy} \kappa_x),$$

$$M_z = G J_T \Psi_z - E C_w \theta_{w,z} / (1 - x_0/R) \quad (2.a-d)$$

ここで、幾何学量 ε , κ_x , κ_y , Ψ_z , θ_w は、以下のように定められる。

$$\varepsilon = (w_{,z} - u / R) / (1 - x_0/R), \quad \kappa_y = (u_{,zz} + w_{,z} / R) / (1 - x_0/R)^2,$$

$$\kappa_x = \{v_{,zz} + (1 - x_0/R) \phi / R\} / (1 - x_0/R)^2,$$

$$\Psi_z = \{\phi_{,z} + v_{,z} / (R - x_0)\} / (1 - x_0/R), \quad \theta_w = \Psi_{z,z} / (1 - x_0/R) \quad (3.a-e)$$

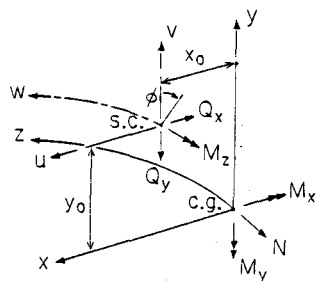


図-2

Ichizou Mikami, Harukazu Makino

3. 数値解析 ここでは、二軸対称断面を有する両端単純支持曲線桁の自由振動について述べる。曲率平面に垂直な方向の振動（横振動）とねじれ振動を考え、基礎方程式からこれらの振動に関与しない項をはぶく。境界条件は、

$$z = 0, \ell \text{ において}$$

$$v = \phi = 0, \quad v,_{zz} = \phi,_{zz} = 0 \quad (4-a, b)$$

とおく。基礎方程式と境界条件を場について差分化し、時間に関してはシミュレーション言語にゆだねる。なお差分化において仮想分点は用いず、間接境界条件は高精度差分表示する。

例として次の曲線桁の固有振動数を求めた。

$$\begin{aligned} A &= 92.90 \text{ cm}^2, \quad \ell = 512.27 \text{ cm}, \\ I_x &= 11362 \text{ cm}^4, \quad I_y = 3871 \text{ cm}^4, \\ I_p &= 15233 \text{ cm}^4, \quad I_{xy} = 0.00 \text{ cm}^4, \\ E &= 2.0 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2, \quad G = 7.7 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2, \\ J_T &= 1470.85 \text{ cm}^4, \quad C_w = 555878 \text{ cm}^6, \\ \rho &= 8.01 \times 10^{-6} \text{ kg/cm}^3 \end{aligned}$$

図-3に横振動の、図-4にねじれ振動の固有振動数と中心角 θ との関係を示す。Culverの式⁶⁾から求めた数値を比較のため併記した。図-5には、 $\theta = 10^\circ$ の桁の横振動応答と、同時に生ずるねじれ振動の応答を示す。

図-6には、 $\theta = 90^\circ$ の桁のねじれ振動の応答を示す。図-6を見ると、曲げのねじれ振動に及ぼす影響が良くわかる。これらの例からもわかるように、シミュレーション言語を用いると、振幅、周期などの変化を簡単に求めることが出来る。詳細は講演会当日に述べる。

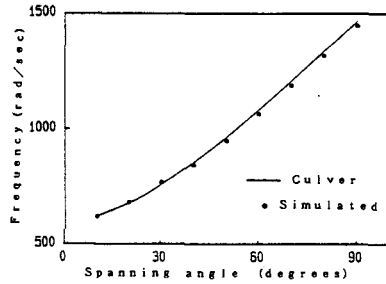


図-3

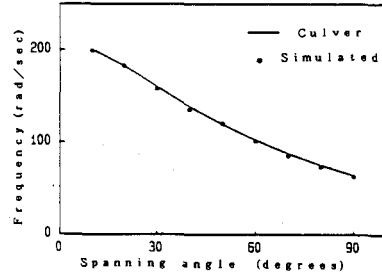


図-4

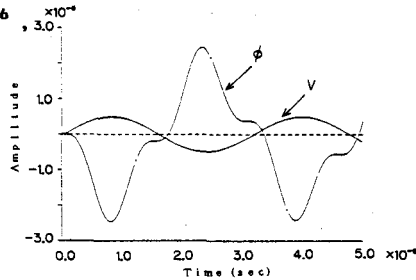


図-5

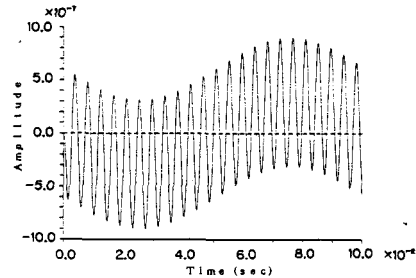


図-6

参考文献 1) 三上・他, 土木学会関西支部年講, 1972. 2) Mikami, I., et al., Tech. Rep. of Kansai Univ., No.24, 1983. 3) 三上・他, 橋梁, Vol.21, No.9, 1985. 4) 三上, 土木学会年講, 1983. 5) Mikami, I., Theoretical and Applied Mechanics, Univ. of Tokyo Press, Vol.32, 1984. 6) Culver, C.G., Proc. ASCE, Vol.103, No. ST8, 1977.