

## 弾性波動の散乱逆問題に関する実験的考察

京都大学工学部 正 員 丹羽義次  
 京都大学工学部 正 員 廣瀬壮一  
 戸 田 建 設 正 員 ○請川 誠

## 1. はじめに

一般に、検出された波動からその内部構造を推定する問題は、逆問題と呼ばれている。弾性波動の逆問題の研究は、材料工学における超音波探傷から耐震工学における地震動解析に至る広い分野で研究されているが、その解析方法は、波の到達時間差を解析するものがほとんどであり、波形それ自身を解析するものは数少ない。本研究は、弾性体内部の散乱体による散乱波の波形に注目し、散乱逆問題を実験的に解析したものであり、AE計測装置を用いた波動実験を行ない、得られた散乱波を波形解析することにより、散乱体の形状を決定した。

## 2. 問題設定と散乱波の積分表現

Fig. 1(a)の様に、境界 $\partial S$ で囲まれた領域 $V_1+V_2$ は線形で均質な弾性体であると仮定し、これを弾性体(A)と呼ぶことにする。弾性体(A)の弾性定数、密度は一定値、 $C_{ijkl}^A$ 、 $\rho_2$ で与えられ、その変位、応力、物体力をそれぞれ $u_i^*$ 、 $\sigma_{ij}^*$ 、 $b_i^*$ とする。一方、Fig. 1(b)に示す様に(a)と同様な領域 $V_1+V_2$ を占める弾性体(B)を考える。弾性体(B)は、境界 $\partial D$ で囲まれたある有限な領域 $V_1$ を除いた領域 $V_2$ において、弾性定数 $C_{ijkl}^B$ 、密度 $\rho_2$ をもつ均質弾性体とするが、領域 $V_1$ は $V_2$ の領域の物質とは異なる均質な弾性体で、その弾性定数、密度はそれぞれ、 $C_{ijkl}^A$ 、 $\rho_1$ で与えられるものとする。また、弾性体(B)における変位、応力、物体力をそれぞれ、 $u_i$ 、 $\sigma_{ij}$ 、 $b_i$ とする。弾性体(A)では、変換子1より波を入力し変換子2より波を出力する。逆に弾性体(B)では、変換子2より入力し、変換子1より出力することにする。今、変換子が接着面に対して垂直成分しか検出しないとして、散乱体による散乱波は次の様に表現できる<sup>(1)</sup>。

$$2S^s \int_{\partial S} \beta f_i f_i' dS = \int_{V_1} u_i^* \bar{C}_{ijkl} u_{k,l} dV - \int_{V_1} u_i^* \bar{\rho} \omega^2 u_i dV \quad - (1)$$

ここで、 $S^s$ は散乱波の振幅、 $\beta$ は定数、 $f_i$ は変換子1における表面の法線ベクトルであり、 $\bar{C}_{ijkl} = C_{ijkl}^A - C_{ijkl}^B$ 、 $\bar{\rho} = \rho_1 - \rho_2$ である。ここで2つの近似を導入する。散乱体の中心から、入出力用変換子までの距離は散乱体の大きさに比べ十分大きく(Far-Field 近似)、散乱体領域 $V_1$ 内での全変位 $u_i$ は入射波の変位 $u_i^*$ に等しいと近似する(Born近似)。尚、散乱体がCavityの場合、自由境界 $\partial D$ 上の全変位が入射波の変位に等しいと近似する。この近似により、Cavityによる散乱波の積分表現は式①において $\bar{C}_{ijkl} = -C_{ijkl}^B$ 、 $\bar{\rho} = -\rho_2$ にそれぞれ置き換えたものに表現できる。次に、Fig. 2の様なZ軸方向に一樣な断面をもつ弾性体を考え、入出力用変換子1,2を $Z=0$ 平面内に装着する。この弾性体を擬似2次元弾性体と呼ぶことにする。式①にFar-Field近似、Born近似を導入し、変形すると擬似2次元弾性体に

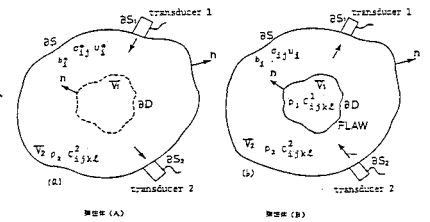


Fig. 1

弾性体 (A) と弾性体 (B)

おける散乱波の積分表現は次の様になる。

$$2 S^S \int_{S^S} \beta f_i f_i' dS = C_1 R_L^{\frac{1}{2}} e^{i k_L (x_1 + x_2) + \pi/4} \int_{V_1} e^{-i k_L (z_1 + z_2) \cdot x'} dS \quad - (2)$$

ただし、 $C_1 = -f(\alpha) / 8\sqrt{2} \pi^{\frac{1}{2}} (\lambda_2 + 2\mu_2) \sqrt{|x_1||x_2|(|x_1| + |x_2|)}$ ,  $f(\alpha) = (\bar{\lambda} + 2\bar{\mu} \cos^2 \alpha) / (\lambda_2 + 2\mu_2) + (\bar{\rho} \cos \alpha) / A$   $R_L$  は P 波波数,  $x_1, x_2$  は変換子 1, 2 の位置ベクトル,  $\wedge$  は単位ベクトル,  $\alpha$  は両変換子のなす角,  $\lambda, \mu$  は Lamé 定数を表わす。ただし、等方な物質と考えた。

### 3. 特性関数

ここで、 $r(x) = 0$  ( $x$  not in  $V_1$ ),  $r(x) = 1$  ( $x$  in  $V_1$ ) なる特性関数を定義し、このフーリエ変換を考えると、次の様になる。

$$\bar{r}(a) = \int_{V_1 + V_2} r(x) e^{-ia \cdot x'} dS = \int_{V_1} e^{-ia \cdot x'} dS \quad - (3)$$

この式は  $a = R_L(z_1 + z_2)$  の関係のもとで式 (2) の右辺の積分項と同値であることから式 (2) と式 (3) を結びつけることができる。式 (3) の逆フーリエ変換を考え式 (2) を代入すると、次の様になる。

$$r(x) = (2\pi)^{-2} \iint |z_1 + z_2|^2 C_1^{-1} R_L^{\frac{1}{2}} e^{-i k_L (x_1 + x_2) + \pi/4} S^S e^{i k_L (z_1 + z_2) \cdot x'} dR_L d\theta \quad - (4)$$

散乱体が円柱形でしかも中点が原点と一致する場合、式 (4) は次の様になる。

$$r(x) = (2\pi \cdot C_1)^{-1} |z_1 + z_2|^2 e^{-i\pi/4} \int_0^\infty R_L^{\frac{1}{2}} e^{i k_L (|x_1| + |x_2|)} S^S J_0(R_L |z_1 + z_2| \sqrt{z_1^2 + z_2^2}) dR_L \quad - (5)$$

ただし、 $J_0$  は 0 次のベッセル関数である。

### 4. 実験 及び 解析方法

半径 7.5 cm, 高さ 15 cm の円柱形モルタルを解析モデルに対応したモデル供試体とし、弾性体 (A) としては、すべて均質なモルタルから成る供試体を、弾性体 (B) としては、中心に円柱形の散乱体を有する供試体を用いた。A 計測装置を用いて、波の入出力実験を行ない、さらに波形をフーリエ変換することにより散乱波のフーリエ振幅  $S^S$  を得た。この散乱波のフーリエ振幅  $S^S$  を式 (5) に代入し、計算する事により、特性関数  $r(x)$  を決定することができ、散乱体の境界の位置を探査できる。

### 5. 結果

Fig. 3, Fig. 4 の (a) 図は、それぞれ散乱体が真鍮、ジュラルミンの場合の特性関数の分布である。横軸  $t/a$  は散乱体半径  $a$  で無次元化した半径方向の距離  $t$ 、縦軸は特性関数の値を表わしており、実線は実験解析結果を、破線は求められるべき特性関数の値を示している。実験結果をみると、境界 ( $t/a = 1.0$ ) での立ち上がりが鈍く、境界の明確な位置がわからない。そこで、(a) 図における曲線の傾きを (b) 図にプロットした。この図より、モルタルと散乱体の接する境界  $t/a = 1.0$  において特性関数の傾きは最小値を示しており、散乱体の半径を推定することが可能となり、散乱体の形状を決定できる。

参考文献：(1) G.S.Kino; The application of reciprocity theory to scattering of acoustic waves by flaws, J. Appl. Phys., Vol.49, No.6, 1978.

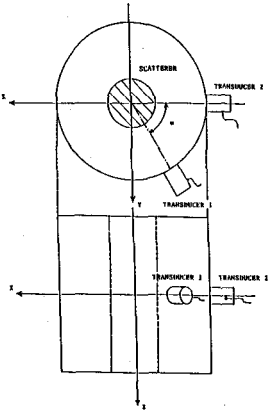


Fig. 2 実験に用いられる散乱体及び計測装置の配置図

