

積分方程式法による静弾性解析における不連続の取り扱いについて

京都大学工学部 正会員 小林 智一
 京都大学工学部 正会員 西村 直志
 京都大学大学院 学生会員 松本 高次郎

1. はじめに

本研究では積分方程式法を用いたフラッフの静弾性解析を行う。適用例として3次元無限弾性体内の円筒状フラッフとその内部に球状の空洞を想定し、無限遠で一様な引張を受けの場合のフラッフの開口変位量及び空洞の境界上の変位を求める。このモデルを発展させれば地盤中の応力状態の測定法に有用となる。

2. 定式化

Fig.1のように円筒状フラッフを S 、その内部の空洞の境界を S_0 とし境界はすべてなめらかであるとする。無限弾性体内の無限遠での応力が $\sigma_{ij}^\infty = -p\delta_{ij}$ と与えられる場合、座標 x_i の σ_{ij}^∞ による変位 u_i は次式で与えられる

$$u_i^\infty = -\frac{p}{3\lambda + 2\mu} x_i \quad (1)$$

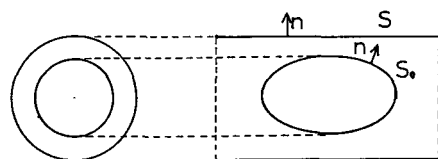


Fig. 1

このとき2重層ポテンシャルの性質等を用いれば S_0 及び S 上で成立する積分方程式を導くことができる。ここでは結果だけを示すことにする。

• $x \in S_0$

$$u(x) = \frac{u(x)}{2} - \int_{S_0} T_I(x, y) u(y) dS_y - \int_S T_I(x, y) [u](y) dS_y \quad (2)$$

• $x \in S$

$$\int_S T u(x) dS_x = - \int_S \Omega^B [T] \int_{S_0} T_I(x, y) u(y) dS_y dS_x - \int_S \Omega^B [T] \int_S T_I(x, y) [u](y) dS_y dS_x \quad (3)$$

ここで $u(y)$ は空洞の境界の変位、 $[u](x)$ はフラッフの開口変位量を表す。また $[T]$ は境界外部から境界上への極限を示す。

(3)式右辺第2項では、 $T I$ の計算により $1/r$ ($r=|x-y|$)の項を含み数値計算の精度が落ちてしまう。そこでFig2を考慮した次の式を導き Γ の微分階数を減らす計算を行った

$$\left[T \int_{S_0} T_I [u] dS_y \right]_p = -\epsilon_{km} \epsilon_{pqr} \epsilon_{ijn} \epsilon_{lmn} \sum_{\alpha} \int_{S_0} \Gamma_{imn} \left(i t \frac{\partial \Omega^\alpha}{\partial z_1} - i t \frac{\partial \Omega^\alpha}{\partial z_2} \right) dS_y [u]^\alpha \quad (4)$$

ここで $i t$ は、Fig.2における z_1 方向単位ベクトル Ω は形状関数である。なお(3)式右辺第1項にも同様の項を含むが、本研究ではフラッフと空洞との距離を適当にとっているため、第2項に比べ、 $1/r^3$

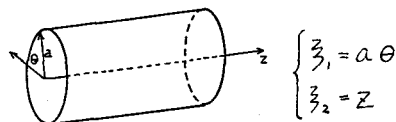


Fig. 2

Shoichi KOBAYASHI, Naoshi NISHIMURA, Kojiro MATSUMOTO

の項による数値計算の誤差は小さい。 $\int \Gamma_{im,nd} dS$ については一様な密度を持つ多角形平面要素の1重層ポテンシャルより求め、その際の特異性を考慮して(3)式の積分方程式ではガレルキン法を用いている。(4)式を(3)式に代入し、(2)(3)式を連立させて解けばいい。 $U(x)$ を求めることができる。

3. 計算結果

上記の問題を実際に解くに当って、クラックだけの問題と空洞だけの問題を解析した。クラックに関しては円筒状クラックの半径を円筒の長さに対し極端に大きくした場合の解を2次元クラックの解と比較しFig.3に示した。空洞に関しては空洞が完全な球である場合の解と比較しFig.4に示した。クラック、空洞とも近い値が得られているのが分る。Fig.5, Fig.6にクラック内部に空洞がある場合の結果(式(2),(3)を解いて)を示した。ただし図は円筒の中心軸を含む平面に関する断面である。クラックの開口変位は変位量を示し、対称性を考慮して片側しか書いていない。また全てのケースで(1)式の $p=-1$, 弾性係数100 , ポアソン比0.3としクラックは128要素80節点、球は24要素74節点である。

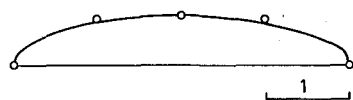


Fig.3

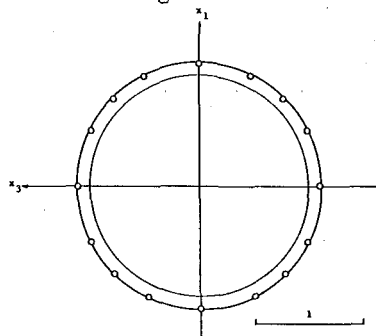


Fig.4

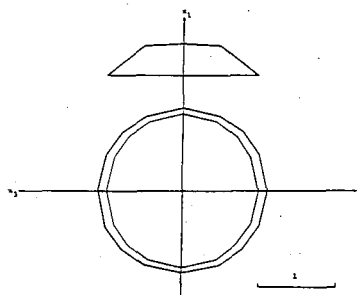


Fig.5

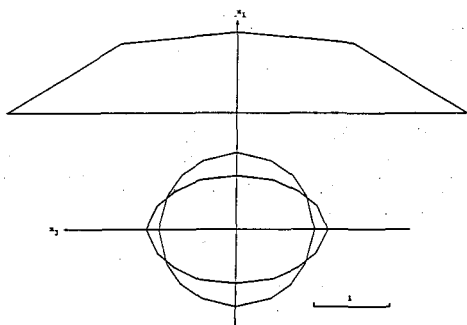


Fig.6 (ただしクラックの開口変位は
実際の1/2にある)

4. 結果の検討

Fig.5, Fig.6を比較すればクラックの大きさによる空洞の変位に対する影響が明瞭に分る。ただしクラックについては2重層ポテンシャルを用いた場合、開口変位量しか求められないことに注意しなければならない。つまり、Fig.5, Fig.6でクラックの開口量の図は実際の変位形を示すものではない。

本研究と同様の考察は V. Sládek and J. Sládek: Transient elastodynamic crack analysis 1984 に見られる。なお詳細は当日発表する予定である。

参考文献: N. Nisimura and S. Kobayashi: "Developments in Boundary Element Methods" ELSEVIER APPLIED SCIENCE PUBLISHERS