

一階微分係数によるDynamic Relaxation法について

関西大学工学部 正会員 三上 市藏

日本電子計算機 正会員 田中 克弘

関西大学大学院 学生員 ○藤井 泰彦

1. まえがき. Dynamic Relaxation法(以後 D.R.M.)は, 潮流方程式を解く際に用いられる方法にヒントを得たDay¹⁾ によって示唆され, Otter^{2) 3)} によって発展され, 多くの問題に適用され, 最近は実用されている。著者らの研究室では, D.R.M.の構造解析への適用について多くの研究報告を行ってきた。

D.R.M.において、場に関して1階微分係数のみを用いて基礎式をたてるとプログラミングや境界条件の取り扱いが容易になる。この技法の有効性について検討を行う。例題としてははりの微小変位解析と、初期たわみを有する圧縮板の有限変位解析を行った。なお、シミュレーション言語SLCIVを用いてプログラムを作成した。

2. はりの解析. 図-1に示す片持ちばりを10分割して解く, 基礎式を場に関して一階微分係数のみを用いて表すと次式を得る。

$$\rho \ddot{w} + k \dot{w} = Q, \quad x + q \quad (1)$$

$$\theta = w, \quad x \quad (2)$$

$$M = -EI \theta, \quad x \quad (3)$$

$$Q = M, \quad x \quad (4)$$

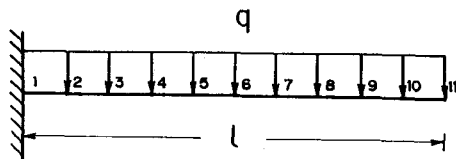


図-1

ここで, w : たわみ, θ : たわみ角, Q : せん断力, M : 曲げモーメント, q : 分布横荷重, $\dot{w} = dw/dt$, $\ddot{w} = d^2w/dt^2$, t : 時間である。

境界条件は $w_1 = \theta_1 = M_{11} = Q_{11} = 0$ である。

式(1)を $i = 2 \sim 11$ に, 式(2)を $i = 2 \sim 11$ に, 式(3)を $i = 1 \sim 10$ に, 式(4)を $i = 1 \sim 10$ に場に関して差分表示して適用し, 初期条件 $\ddot{w}_i = \dot{w}_i = \theta_i = M_i = Q_i = 0$ ($i = 1 \sim 11$) より反復計算する。

時間に関する積分の実行は, シミュレーション言語にゆだねる。

$$\bar{k} = k \quad l^4/EI \rho = 7.0, \Delta \bar{t} = t \quad EI/\rho l^4 =$$

0.001, $\bar{q} = ql^3/EI = 1.0$ のはり解いた。解の収束状態を図-2に示す。図には比較のために, 2階微分係数を用いて基礎式を表示した場合の収束状態⁴⁾をあわせて示した。この図から, 新しい技法は収束が少し速く、十分な精度の解を与えることがわかる。

3. 圧縮板の弾性有限変位解析 図-3に示す等方性板の基礎式を1階微分係数のみで表し、弾性有限変位解析を行う。初期たわみ w_0 は, 次のように与える。

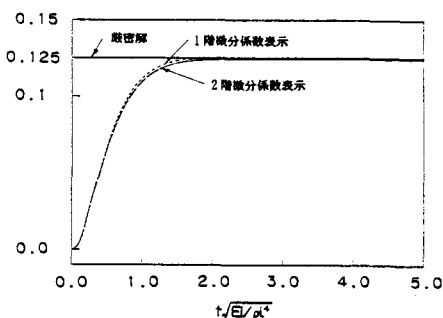


図-2

Ichizou Mikami, Katsuhiro Tanaka and Yasuhiko Fujii

$$w_0 = w_{0, \max} \sin(\pi x/a) \sin(\pi y/b) \quad (5)$$

圧縮荷重は、 $x = 0$, a の両辺に一定変位を与えることにより作用させる。基礎式は次のようになる。

$$\rho_w \ddot{w}_1 + k_w \dot{w}_1 = Q_{x,x} + Q_{y,y} + N_x (\phi_{1x,x} + \phi_{0x,x}) + N_y (\phi_{1y,y} + \phi_{0y,y}) + N_{xy} (\phi_{1y,x} + \phi_{0y,x}) + N_{xy} (\phi_{1x,y} + \phi_{0x,y}) \quad (6)$$

$$\rho_u \ddot{u} + k_u \dot{u} = N_{x,x} + N_{xy,y} \quad (7), \quad \rho_v \ddot{v} + k_v \dot{v} = N_{y,y} + N_{xy,x} \quad (8)$$

$$\phi_{1x} = w_{1,x} \quad (9), \quad \phi_{1y} = w_{1,y} \quad (10)$$

$$N_x = B (u_{,x} + \nu v_{,y} + \phi_{1x}^2 / 2 + \phi_{1x} \phi_{0x} + \nu \phi_{1y}^2 / 2 + \nu \phi_{1y} \phi_{0y}) \quad (11)$$

$$N_y = B (v_{,y} + \nu u_{,x} + \phi_{1y}^2 / 2 + \phi_{1y} \phi_{0y} + \nu \phi_{1x}^2 / 2 + \nu \phi_{1x} \phi_{0x}) \quad (12)$$

$$N_{xy} = N_{yx} = B (1 - \nu) (u_{,y} + v_{,x} + \phi_{1x} \phi_{1y} + \phi_{1x} \phi_{0y} + \phi_{1y} \phi_{0x}) / 2 \quad (13)$$

$$M_x = -D (\phi_{1x,x} + \nu \phi_{1y,y}) \quad (14), \quad M_y = -D (\phi_{1y,y} + \nu \phi_{1x,x}) \quad (15)$$

$$M_{xy} = M_{yx} = -D (1 - \nu) (\phi_{1y,y} + \phi_{1x,x}) / 2 \quad (16)$$

$$Q_x = M_{x,x} + M_{xy,y} \quad (17), \quad Q_y = M_{y,y} + M_{xy,x} \quad (18)$$

ここで、 $w = w_0 + w_1$ で、 w は全たわみ、 w_1 は付加たわみ、 u , v は面内変位、上付き・は時間に関する微分を表す、 $\phi_{0x} = w_{0,x}$, $\phi_{0y} = w_{0,y}$, N_x , N_y , N_{xy} は膜張力および膜せん断力、 M_x , M_y は曲げモーメント、 M_{xy} はねじれモーメント、 Q_x , Q_y はせん断力、 ρ_u , ρ_v , ρ_w は面密度、 k_u , k_v , k_w は減衰係数、 ν はポアソン比、 E はヤング率、 h は板厚、 $B = Eh / (1 - \nu^2)$, $D = Eh^3 / 12(1 - \nu^2)$ 。

Coan⁵⁾ が解いた板 ($w_{0, \max} / h = 0.1$, $\nu = 0.316$, $a/b = 1.0$, $B/H = 48.0$) を 14×14 分割して解く。図-4 に、板中央の全たわみ w/h と載荷辺の平均圧縮力 $N_x b^2 / D$ との関係を示す。結果としては、非線形性が高くなると解が得られなくなるが、その詳細は発表当日に譲る。

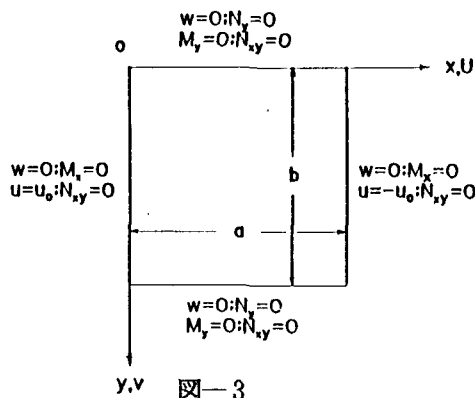


図-3

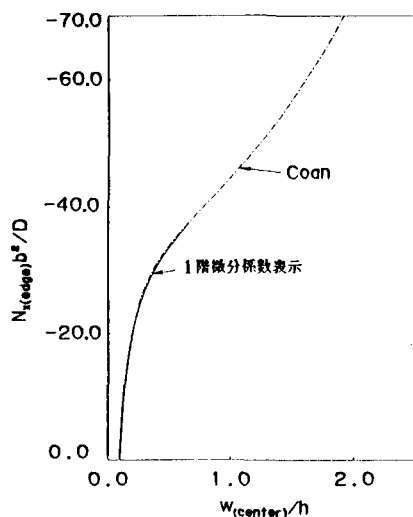


図-4

参考文献 1) Day, A.S., Engineer, 219(1965), Jan., 218-221. 2) Otter, J.R.H., Nuclear Structural Engrg., 1(1965), No.1, 61-75. 3) Otter, J.R.H., Nuclear Structural Engrg. & Design, 3(1966), No.265, 147-150. 4) 三上, 土木学会年次学術講演会(1982), 275-276. 5) Coan, J.M., J. Appl. Mech., 18(1951), 143-151.