

Dynamic Relaxation法を用いた初期たわみのある
板パネルと円筒パネルの弾塑性有限変位解析

関西大学 工学部 正会員 三上 市藏
日本電子計算機 正会員 ○田中 克弘
加古川市 正会員 藤原 一郎

1. まえがき 構造解析に用いられる種々の数値解析法（有限要素法，境界要素法，差分法など）は連続体を離散化し，多元連立方程式を得て，それを解く。しかし，高精度解を得ようとする，連立方程式の次元が大となり，直接解法では計算時間と記憶容量の点で，解を得るためには多大な労力を伴うことになる。Dynamic Relaxation Method (D.R.M.)¹⁾ はつり合い方程式および断面力～変位関係式を直接使い，微小時間間隔で代入計算を繰り返すことで解が得られる反復法であり，比較的簡単にプログラミングできる。著者らは，先に，円筒パネルの弾性有限変位解析に対するD.R.M.の適用性を検討した。²⁾ 本報告では円周方向面内圧縮荷重を受ける初期たわみのある円筒パネルの弾塑性有限変位解析に対するD.R.M.の適用性を検討する。

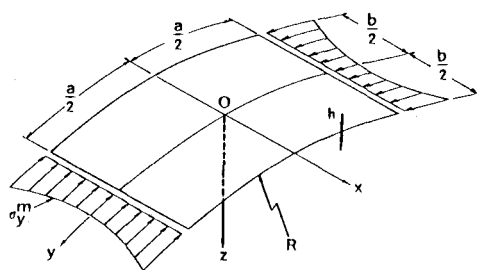


図-1

2. 基礎方程式 図-1に示すような弧に沿った長さa，幅b，厚さh，中央面の曲率半径Rの円筒パネルが初期たわみw₀を有する場合を解析する。パネルは等方性，完全弾塑性材料（降伏応力σ_y，Young率E，Poisson比ν）より成り，残留応力は考慮しない。座標軸は図-1のように設定し，変位および断面力の正の方向を図-2のように定義する。荷重として，両直線辺に一樣な円周方向強制変位v_m（正の場合，引張荷重）を与える。

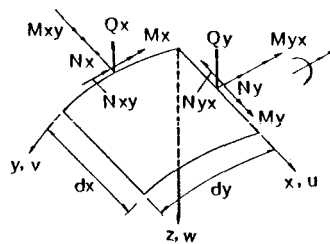


図-2

D.R.M.を適用するために，静的つり合い式に慣性項および減衰項を付加すると，次のような動的つり合い式が得られる。

$$\rho_u \Delta \dot{u}, t + k_u \Delta \dot{u} = \Delta N_{x,x} + \Delta N_{xy,y} \quad (1.a)$$

$$\rho_v \Delta \dot{v}, t + k_v \Delta \dot{v} = \Delta N_{y,y} + \Delta N_{xy,x} - (\Delta M_{y,y} + 2 \Delta M_{xy,x})/R \quad (1.b)$$

$$\begin{aligned} \rho_w \Delta \dot{w}, t + k_w \Delta \dot{w} = & \Delta M_{x,xx} + 2 \Delta M_{xy,xy} + \Delta M_{y,yy} \\ & + (N_x + \Delta N_x) \Delta \phi_{x,x} + \Delta N_x (\phi_{x,x} + \phi_{0x,x}) \\ & + (N_{xy} + \Delta N_{xy}) (\Delta \phi_{x,y} + \Delta \phi_{y,x}) \\ & + \Delta N_{xy} (\phi_{x,y} + \phi_{0x,y} + \phi_{y,x} + \phi_{0y,x}) \\ & + (N_y + \Delta N_y) \Delta \phi_{y,y} + \Delta N_y (\phi_{y,y} + \phi_{0y,y}) + \Delta N_y / R \end{aligned} \quad (1.c)$$

Ichizou MIKAMI, Katsuhiko TANAKA, Ichirou FUJIWARA

ただし、 t は時間、 $\Delta \dot{u}$, $\Delta \dot{v}$, $\Delta \dot{w}$ は変位速度、 ρ_u, ρ_v, ρ_w は面密度、 k_u, k_v, k_w は減衰係数、 $\Delta \phi_x = \Delta w_{,x}$, $\Delta \phi_y = \Delta w_{,y} + \Delta v/R$, $\phi_{0x} = w_{0,x}$, $\phi_{0y} = w_{0,y}$ である。変位よりひずみを求め、弾性域ではHookeの法則に、塑性域ではPrandtl-Reuss式に従って、応力を求め、これを板厚方向に数値積分することより断面力を求める。降伏判定にはvon-Misesの降伏条件式を用いた。

D.R.M.では式(1)の減衰自由振動を、変位速度-変位関係式、断面力-変位関係式および境界条件式を使って、時間について繰り返し計算すれば、式(1)の左辺が0に近づき、最終的に静的解に到達する。断面力-変位関係式および境界条件式は文献4)にゆずる。

3. 無次元量 無次元量は $\alpha = a/b$, $\beta = b/h$, $Z = b^2/Rh$, $\bar{x} = x/b$, $\bar{y} = y/b$, $\bar{z} = z/h$, $\bar{u} = ub/h^2$, $\bar{v} = vb/h^2$, $\bar{w} = w/h$, $\bar{w}_0 = w_0/h$, $V_m = 2v_m/a$, $\bar{\kappa} = b\kappa$, $\bar{\sigma} = \sigma/\sigma_Y$, $\bar{N} = N/N_P$, $\bar{M} = M/M_P$, $\bar{t} = t\sqrt{D/\rho_w}/b^2$, $(\bar{k}_u, \bar{k}_v) = (k_u, k_v)h^2/\sqrt{\rho_w D}$, $\bar{k}_w = k_w b^2/\sqrt{\rho_w D}$, $(\bar{\rho}_u, \bar{\rho}_v) = (\rho_u, \rho_v)h^2/\rho_w b^2$ である。ここに、 $D = Eh^3/12(1-\nu^2)$ はパネルの曲げ剛度、 $N_P = \sigma_Y h$ は全塑性膜力、 $M_P = 1/4 \sigma_Y h^2$ は全塑性モーメントである。以後、記号 $\bar{\quad}$ を省略する。

4. 数値計算結果 $\alpha = 1$, $\beta = 40$, $Z = 0.4$, $w_0 = 0$ の円筒パネル($\sigma_Y = 2400 \text{ kgf/cm}^2$, $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$, $\nu = 0.3$)において、荷重 $V_m = -1.00 \sigma_Y/E$ に対する解を初期値として、荷重 $V_m = -1.05 \sigma_Y/E$ に対する解を求めると、時刻 t とパネル中央の変位速度 $\Delta \dot{w}$ および変位 Δw との関係は、図-3のようになる。 $\Delta \dot{w}$ は時間とともに0に近づいており、収束の様子がわかる。途中で振動が生じているが、塑性域が広がったためと思われる。

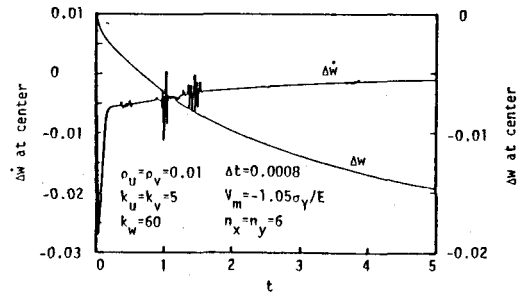


図-3

D.R.M.による解の妥当性を調べるために小松・北田・宮崎⁵⁾による板の弾塑性有限変位解と比較した。板中央全たわみ $w + w_0$ と中央横断面の平均円周方向膜応力 σ_m との関係を図-4に示す。図よりD.R.M.による解はほぼ一致しており、妥当であることがわかる。

その他、数値計算結果の詳細は講演にゆずる。

1) 馬場・成岡：土木学会誌，Vol.58(1973). 2) 三上：土木学会論文報告集，No.265(1977). 3) 三上・山科・田中：構造工学論文集，Vol.32A(1986). 4) 三上・田中：ベクトル計算機応用シンポジウム論文集，1986. 5) 小松・北田・宮崎：土木学会論文報告集，Vol.244(1975).

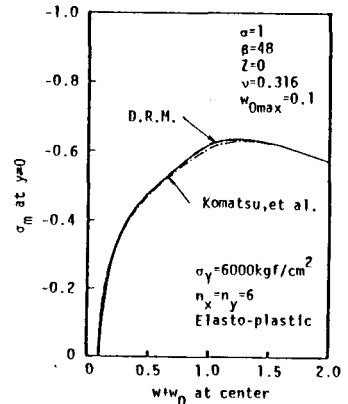


図-4