

I 型断面柱の弾塑性有限変位解析

関西大学工学部 正会員 米澤 博

関西大学工学部 正会員 堂垣正博

関西大学大学院 学生員○築森 泉

関西大学大学院 学生員 柳迫康博

1. まえがき 通常、構造部材として用いられるはりや柱には種々の初期不整が含まれる。初期不整のうち、水平や鉛直方向の初期たわみを有する部材の耐荷力解析は非常に多くなされているが、初期ねじりをも含めた解析は比較的少ないようである。ここでは水平と鉛直方向の初期たわみ、初期ねじりおよび残留応力を有し、軸方向圧縮力と等曲げモーメントが作用する二軸対称薄肉 I 型断面部材を対象に、ひずみに変位の二次項を考慮した弾塑性有限変形を解析し、その終局強度を明らかにする。解析には差分法を用い、修正 Newton-Raphson 法により非線形解を求める。

2. 基礎式 長さ l 、フランジの幅 b_f 、厚さ t_f 、腹板の幅 b_w 、厚さ t_w の I 型断面柱が端部に軸方向圧縮力と等曲げモーメントを受ける場合の弾塑性有限変形を考える。解析上、次のような条件を設ける。①部材は完全弾塑性体で、ひずみ硬化しない。②局部座屈は考えない。③断面寸法に比べ柱は十分な長さを有し、せん断変形による付加変位を考えない。④塑性化に伴うせん断中心の移動は考慮しない。⑤板厚は十分に薄いものとする。

部材が圧縮力と曲げを受けて曲げねじり変形する場合、断面の降伏による塑性化の影響を仮想外力として考え、仮想仕事の原理から弾塑性状態のつり合い式を誘導し、非線形方程式の解法として、修正 Newton-Raphson 法を適用すれば、次のような力とねじりに関する基礎式を得る。

$$EAu_{,xx} = -N_{x,x} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$EI_z v_{,xxxx} = M_{z,xx} + N_x \bar{v}_{,xx} - M_{y,x} \bar{\phi}_{,x} - M_y \bar{\phi}_{,xx} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$EI_y w_{,xxxx} = M_{y,xx} + N_x \bar{w}_{,xx} + M_{z,x} \bar{\phi}_{,x} - M_z \bar{\phi}_{,xx} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$EI_w \phi_{,xxxx} - GJ\phi_{,xx} = M_{x,x} + I_{cp} N_x \bar{\phi}_{,xx} / A + M_{z,x} \bar{w}_{,x} + M_z \bar{w}_{,xx} - M_{y,x} \bar{v}_{,x} - M_y \bar{v}_{,xx} \quad (4)$$

ここに、 N_x 、 M_y 、 M_z 、 M_x はそれぞれ弾塑性状態での軸力、 y 、 z 軸回りの曲げモーメントおよびねじりモーメント、 u 、 v 、 w 、 ϕ はそれぞれ荷重による軸方向変位、鉛直と水平方向の付加たわみおよびねじり角、 $\bar{v}$ 、 $\bar{w}$ 、 $\bar{\phi}$ はそれぞれ初期変位と荷重による変位の和である。また、 EA 、 EI_z 、 EI_y 、 EI_w 、 GJ 、 I_{cp} はそれぞれ伸び、 z および y 軸回りの曲げ、そりねじり、ねじりに関する剛性とせん断中心に関する断面二次極モーメントである。ただし、コンマに続く添字はそれに関する微分を表す。

水平と鉛直たわみおよびねじりに対して柱の両端で単純支持され、端部に軸方向圧縮力と等曲げモーメントが作用する場合、境界条件は次式で与えられる。

$$u = \pm u_0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$v = 0, \quad v_{,x} = \pm \theta_z \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$w = 0, \quad w_{,xx} = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\phi = 0, \quad \phi_{,xx} = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

ただし、 u_0, θ_z はそれぞれ端部に与えられる強制的軸方向変位と回転角である。

上述の弾塑性状態における実断面力は弾塑性状態の部材を弾性状態に仮定して求められる弾性断面力 $N_x^e, M_z^e, M_y^e, M_x^e$ と仮想断面力 $N_x^p, M_z^p, M_y^p, M_x^p$ を用い、 $N_x = N_x^e - N_x^p, M_z = M_z^e - M_z^p, M_y = M_y^e - M_y^p, M_x = M_x^e - M_x^p$ で与えられる。ここに、弾性断面力はひずみの非線形性を考慮した応力—変位関係式を用いて求められる。また、仮想断面力は弾性状態を仮定して求められた弾性断面力に対応するvon Mises の等価応力が降伏点応力を越える場合、その超過応力を断面全体にわたって積分することによって求められる。

初期たわみ、初期ねじりや残留応力などを含む部材の弾塑性有限変形の式(1)～(4)は非線形方程式であり、厳密解を求めることは非常に難しい。ここでは差分法を用い、非線形多元連立方程式に変換後、修正Newton-Raphson法により解を求めることにする。

3.数値解析結果 差分解の精度を調べた結果、スパン方向に20分割すれば十分な精度で解の得られることが分かった。また、断面の分割はフランジおよび腹板とも20分割した。以下の計算では、スパン方向に半波の正弦波の初期たわみと初期ねじりを仮定する。また、降伏点応力は $\sigma_p = 2400 \text{ kgf/cm}^2$ とした。

水平方向の初期たわみの最大値がスパンの1/5000, 1/2000, 1/1000, 1/500 で、両端単純支持された圧延I型断面柱に軸圧縮力が作用する場合、終局荷重と弱軸に関する柱の修正細長比 $\bar{\lambda}_{cy} (= (1/\pi) \sqrt{\sigma_p A / (EI_y)})$ の関係はFig. 1 のようになる。図の初期たわみ1/1000の曲線とECCS曲線を比較したところ、両者はよく一致した。

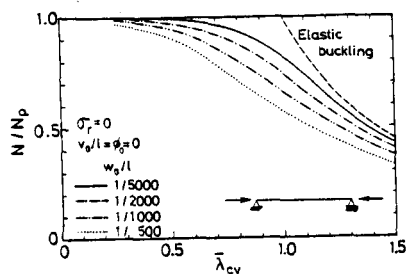


Fig. 1

次に、両端に等曲げを受ける圧延はりの曲げねじり強度と強軸に関する座屈パラメータ $\lambda_b (= \sqrt{M_{pz} / M_{cr}}, M_{cr} = (\pi/1) \sqrt{EI_y (GJ + \pi^2 EI_w / l^2)})$ の関係を求めると、Fig. 2が得られる。

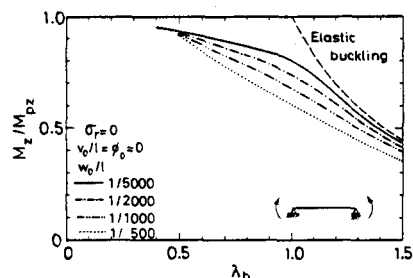


Fig. 2

最大値が1/2000の水平方向初期たわみと $\phi = 0^\circ, -0.3134^\circ, -0.9402^\circ$ すなわち圧延はりの圧縮縁での水平方向初期たわみが1/2000, 1/1000, 1/500 となるような初期ねじりを有し、軸方向圧縮力と端曲げモーメントを同時に受けるはり一柱の場合、端曲げモーメントとスパン中央でのねじり角の関係はFig. 3 のようになる。ただし、 $\bar{\lambda}_{cy} = 0.75$, 端曲げモーメントと軸方向圧縮力の割合を示す比が $(M_z / M_{pz}) / (N / N_p) = 1.0$ の場合である。ここに、 N_p は全塑性軸力、 M_{pz} はz軸回りの全塑性モーメントで、●印は初期降伏を示す。図より明らかなように、初期ねじりのある場合、初期の荷重段階からスパン中央のねじりが大きく生じ、はりの耐荷力はかなり低下する。

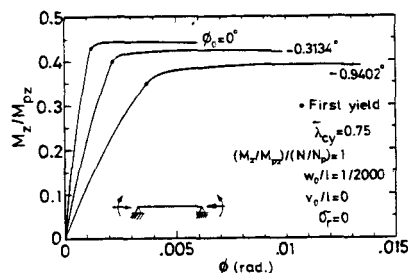


Fig. 3