

カタストロフィー理論を応用した軸力を受ける円筒シェルの
強度解析について

福井高専 校長 正 員 丹羽 義次
 京都大学工学部 正 員 渡辺 英一
 高知高専 正 員 勇 秀憲
 京都大学大学院 学生員 〇京極 靖司

1. まえびき

今日、円筒シェルは、土木構造物として利用されることが少なくない。これらの円筒シェルは、軸圧縮荷重を受けることが多いが、一般に、軸圧縮を受ける円筒シェルの耐荷力は、初期不整に対して敏感であるため、その安定性を評価することは重要な課題である。^{1,2)} 昨年、丹羽、渡辺、谷口らは、カタストロフィー理論を弾塑性域に拡張することにより、分岐点（弾塑性座屈点）近傍の擬似的なポテンシャルを求めて、円筒シェルの弾塑性耐荷力の解析を行っている。しかし、彼らの研究では、塑性崩壊機構が耐荷力に及ぼす影響を考えていない。そこで、本研究では、塑性崩壊機構の影響を考慮した円筒シェルの弾塑性耐荷力を、初期不整に対する敏感性という形で求めた。³⁾

2. 解析手法

残留応力分布は、円筒シェルの長さ方向に一様であるとし、座屈モードとしては、軸対称と非対称の2つのモードを考える。以下に本解析法の概略を示す。まえびきで述べた、丹羽らの解析法をI法（1st Method）とすると、I法で求められる弾塑性域での擬似的なポテンシャルより、円筒シェルの後座屈釣合径路を求める。次に、軸対称モード、非対称モードに対応する塑性崩壊機構として、それぞれ図-1に示すような、リング型、ダイヤモンド型の崩壊機構曲面を考える。ここで、後座屈釣合径路と崩壊機構曲面の交点Cを求め、図-2に示すようなC点を含む断面を考える。ただし、この断面は、リング型崩壊機構を採用した時には、軸対称モードの面外変位にのみ関与する断面、すなわち、 w_0/t の断面を表わし、ダイヤモンド型崩壊機構を採用した時には、非対称モードの面外変位にのみ関与する断面、すなわち、 $w_0/t - \sigma/\sigma_y$ 断面を表わしている。交点C ($w^*/t, \sigma^*/\sigma_y$) を等価分岐点とみなし、等価分岐点近傍における擬似的なポテンシャルより、円筒シェルの耐荷力は次式で表わされる。

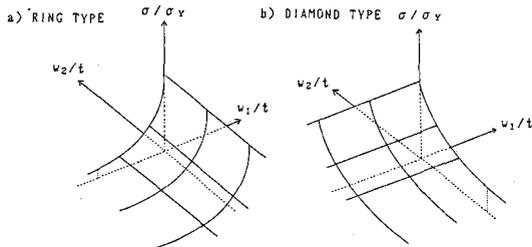


図-1 崩壊機構曲面

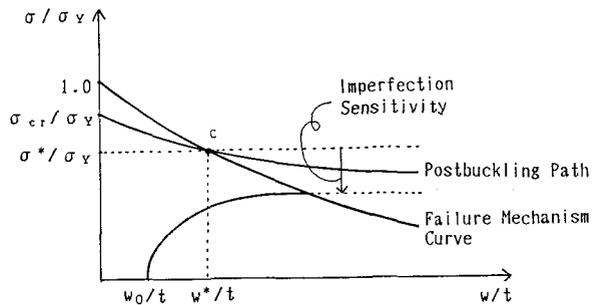


図-2 等価分岐点

$$\frac{\sigma}{\sigma^*} = 1 + \alpha^* \tilde{w}_0 - \sqrt{2\alpha^* \tilde{w}_0 (1 + \frac{1}{2} \alpha^* \tilde{w}_0)} \quad \dots \dots (1)$$

ここで、 α^* は、図-2の断面でのC点における崩壊機構曲面の傾きを用いて、次のように表わされる。

$$\alpha^* = - \frac{1}{\sigma^*} \frac{d\sigma}{d\tilde{w}} \Big|_{(\tilde{w}^*, \alpha^*)} = \frac{\sigma^*}{A_p(1+\sigma^{*2})} \quad \dots \dots (2)$$

ただし、 σ は耐力力、 \tilde{w}_0 は板厚を無次元化した初期たわみを表わす。また、 A_p は崩壊機構の形によって求まる定数である。なお、この解析法をII法(2nd Method)とする。

3. 数値解析例

軸圧縮を受ける、無補剛円筒シエルの数値解析例を図-3、図-4に示す。なお、残留応力分布は、最大圧縮応力 σ_r が、 $\sigma_r = 0.04\sigma_y$ の放物線分布を考えた。図-3、図-4は、円筒シエルの耐力力曲線であり、図中の縦軸は、降伏荷重を無次元化した耐力力を示し、横軸は、次式で示す、円筒シエルの一般化半径-板厚比 R である。

$$R = \sqrt{3(1-\nu^2)} \frac{r \cdot \sigma_y}{t \cdot E} \quad \dots \dots (3)$$

図中の一点鎖線、実線が、それぞれ、I法、II法による耐力力を表わしている。図-3は、リング型崩壊機構曲面を仮定した場合の耐力力で、軸対称モード、非対称モードの初期たわみ w_{01} 、 w_{02} が、それぞれ $w_{01} = 0.04\sqrt{r/t}$ 、 $w_{02} = 0.0$ の時のものである。また、図-4は、ダイヤモンド型崩壊機構曲面を仮定した場合の耐力力で、初期たわみが、 $w_{01} = 0.0$ 、 $w_{02} = 0.04\sqrt{r/t}$ の時のものである。ECCSの耐力力曲線、DASTの耐力力曲線、および実験データとの比較のため、弾性係数、降伏荷重は、 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ 、 $\sigma_y = 2.4 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$ を用いた。なお、詳細は当日発表する。

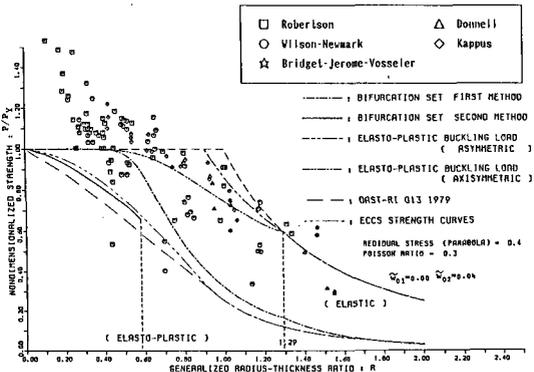
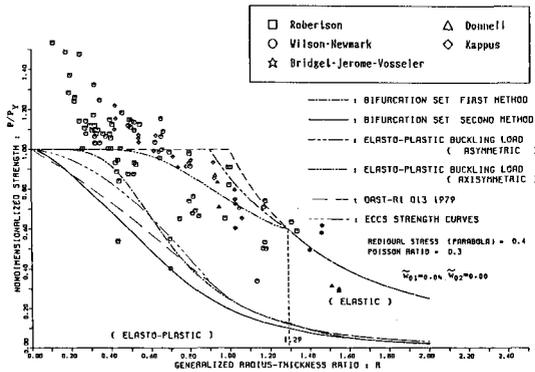


図-3 耐力力曲線(軸対称モード)

図-4 耐力力曲線(非対称モード)

参考文献

- 1) Watanabe, E. : A study on the catastrophe and static load-carrying capacity of structures, Doctoral Thesis, Kyoto University, November, 1985.
- 2) Isami, H. : Applications of catastrophe theory to structural instabilities, Doctoral Thesis, Kyoto University, December, 1985.
- 3) Niva, Y., E. Watanabe, H. Isami : A new approach to predict the strength of compressed steel plates, Proc. of JSCE, No. 341, 1984.
- 4) F.W. Bornscheuer : Plastisches Beulen von Kreiszyklinderschalen unter Axialbelastung, Der Stahlbau 50 (1981), S.257-262.