

二次元弾塑性解析に対する剛体バネモデルの適用性について

大阪市立大学工学部 正員 ○鬼頭 宏明  
 (株) 奥村組 正員 大本 佳吾  
 大阪市立大学工学部 正員 園田恵一郎

1 はじめに

構造物は終局状態において、幾つかの剛体ブロックから成るリンク機構を形成し崩壊に至るといことが、種々の実験データより明かにされている。この事実に基づき、構造物をバネにより連結された剛体としてモデル化した離散化解析手法；剛体バネモデル法（以下、RBSM）[1] が提案された。本研究は、二次元弾塑性問題を対象とし、RBSMによる定式化を行ない、数値計算結果を通してその適用性を検討することを目的としている。

2 RBSMによる二次元弾塑性問題の定式化

図1に示すような重心において3自由度（ $u, v, \omega$ ）を有する三角形要素を用いる。RBSMでは、要素自体は剛体であるとし、各要素境界に分布した垂直およびせん断バネで互いに結ばれ、このバネに表面力によるエネルギーが集中して蓄えられると考える。

①応力-ひずみ関係 要素境界において、応力-ひずみ関係は次式で与えられる（図2参照）。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_n \\ \sigma_t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_n & 0 \\ 0 & k_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_n \\ \varepsilon_t \end{Bmatrix} \quad \dots(1)$$

式(1)中、 $k_n = E/(l_i + l_j)$ は垂直バネ定数、 $k_t = E/(l_i + l_j)2(1 + \nu)$ はせん断バネ定数、 $E$ はヤング係数、 $\nu$ はポアソン比、 $l$ は要素重心  $G$  から境界線におろした垂線の長さ、添え字  $i, j$  は隣接する要素の番号を示す。なお、ヤング係数  $E$  に対しては図3に示す (a) Bilinear, (b) Trilinear, (c) Exponential の3種のモデルを設定した。

図中  $\sigma_0, \sigma_B$  は各々降伏点、極限強さを示す。

②釣り合い方程式 荷重増分手法による釣り合い方程式は次式で与えられる。

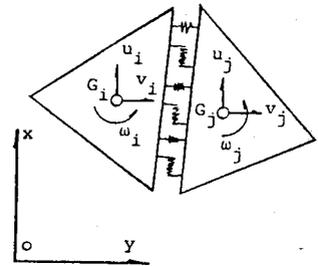


図1 RBSMと座標系

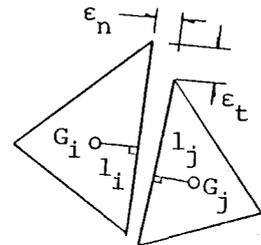


図2 要素境界線でのひずみ

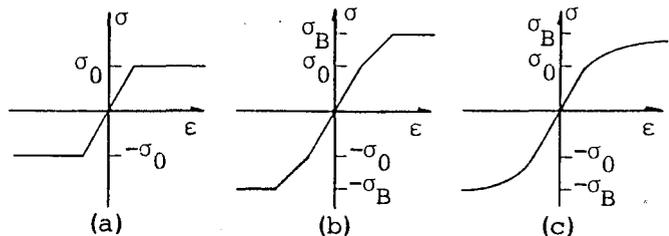


図3 応力-ひずみ関係

$$K \Delta u = \Delta f + (f - r) \dots (2)$$

式(2)中、 $K$ は剛性マトリックス、 $u$ 、 $f$ 、 $r$ は各々要素重心における変位、荷重、および残差ベクトル、 $\Delta$ は増分を示す。

### 3 数値解析結果

図4に示す $x$ 方向 $a$ 、 $y$ 方向 $b$ で、 $v=0$ で固定された矩形平面構造が $x = \pm a/2$ で等分布荷重を受ける場合を対象とする。図5に、解析に用いた要素分割例を示す。図中の数字は $y$ 方向の分割数を示す。図6に、Bilinearモデルによる荷重-変位関係を示す。この図より得られた結果は比較的少ない分割にもかかわらず理論解[2]に対して良好な一致をみている。その際の荷重の増加に伴う垂直応力 $\sigma_y$ の分布の変化を図7に示す。図中 $q_0$ は降伏荷重を示す。図8に図3の(a)-(c)に示した3種のモデルによる荷重-変位関係を示す。

### 4 まとめ

数値解析結果を通して、本手法は二次元弾塑性問題に対する効果的な方法であることがわかった。今後は、本モデルの本質的な特性をより発揮できると考えられる崩壊挙動解析の問題への適用を実行する予定である。

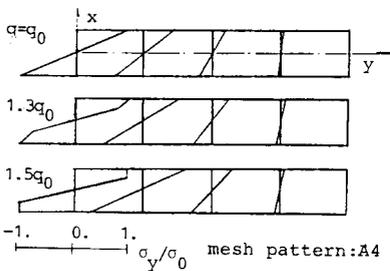
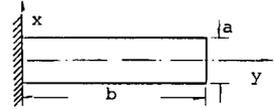


図7 荷重増加に伴う垂直応力の変化

参考文献 [1] T. KAWAI, Proc. Naval Architecture of Japan, 141, 1977 [2] W. PRAGER & P.G. HODGE, "Theory of Perfectly Plastic Solids", J.W. & SONS, 1963



$E=2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$   
 $\nu=0.3$   
 $t=1. \text{ cm}$   
 $\sigma_0=2.4 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$   
 $\sigma_B=4.1 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$

図4 解析対象

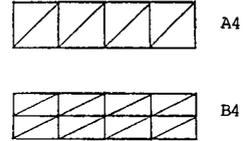


図5 要素分割例

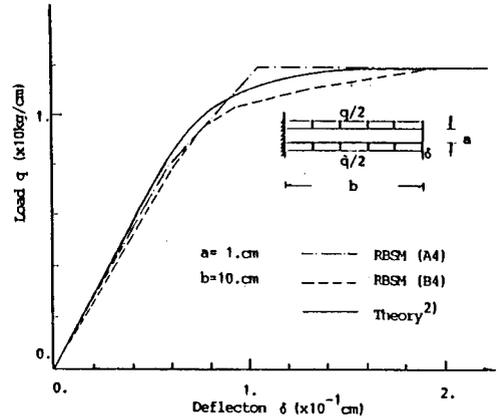


図6 荷重-変位関係 (a/b=0.1)

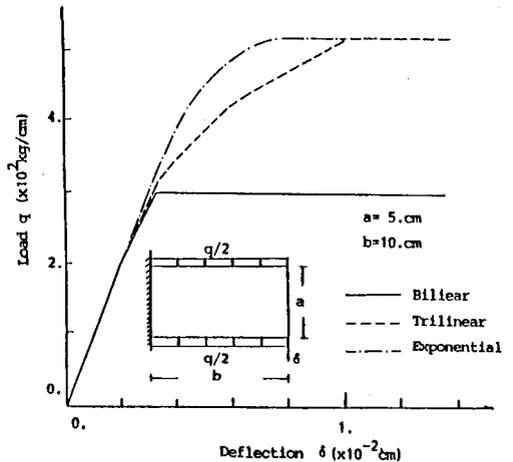


図8 荷重-変位関係 (a/b=0.5)