

半無限多孔質飽和弾性体の表面点加振解

神戸大学 正 北村泰寿 京都府 正 山本 克
神戸大学 学の庄 健介

1. まえがき 本研究は、Saylan¹⁾の考え方に基づいて、地表面まで完全に水で飽和した半無限多孔質飽和弾性体表面の点加振力による表面変位解を誘導し、若干の数値計算例を示したものである。

2. 基礎式 土粒子と間隙水が同じ加速度で運動すると仮定するとき、等方均質な飽和弾性体に対する運動方程式から、体積ひずみ e で表される運動方程式が次式のように得られる。

$$(\lambda + 2\mu)\nabla^2 e - \nabla^2 P = \rho \ddot{e} \quad \text{----- (1)}$$

ここに、 P は間隙水圧、 λ, μ はLaméの定数、 ρ は飽和弾性体の密度、 ∇^2 はLaplaceの演算子である。いま、水は非圧縮性で、Darcy 則に従って間隙を流れると考え、媒体の体積変化の割合が間隙を通して排水される間隙水の量に等しいと仮定すると、 $K\nabla^2 P = \dot{e}$ なる関係式が与えられる²⁾。ただし、 K は $K = \bar{K}/\rho_w$ で、 $\bar{K}$ は透水係数、 ρ_w は水の単位体積重量である。この関係式を式(1)に代入して若干の変形を施せば、体積ひずみ e のみによって表される運動方程式が次式のように得られる。

$$\ddot{e} + (v_p^2/\kappa\mu)\dot{e} - v_p^2\nabla^2 e = 0 \quad \text{----- (2)}$$

ここに、 v_s, v_p は水を含まない弾性地盤のS波、P波の速度である。この式(2)を基礎式として、表面変位解を誘導することが出来る。紙面の都合上、誘導の詳細は省略する。

3. 表面変位解 各変位解を円柱座標系 (r, θ, z) で表すと以下のようにまとめられる。

1) 上下点加振 $Q_0 e^{i\omega t}$ による水平変位 U_r , 上下変位 U_z

$$U_r = \frac{Q_0 e^{i\omega t}}{2\pi\mu} \int_0^\infty \frac{\zeta^2 \{T(\zeta) - 2\bar{r}\bar{z}\}}{F(\zeta)} J_1(\zeta r) d\zeta \quad \text{----- (3)}$$

$$U_z = -\frac{Q_0 e^{i\omega t}}{2\pi\mu} \int_0^\infty \frac{\zeta \bar{r} \cdot \kappa^2}{F(\zeta)} J_0(\zeta r) d\zeta \quad \text{----- (4)}$$

2) x 方向水平点加振 $Q_x e^{i\omega t}$ による水平変位 U_x, U_y , 上下変位 U_z

$$U_x = \frac{Q_x e^{i\omega t}}{4\pi\mu} \int_0^\infty \left\{ \left\{ \frac{\zeta}{\bar{r}_2} - \frac{\zeta \bar{r}_2 \kappa^2 S(\zeta)}{F(\zeta)} \right\} J_1(\zeta r) + \cos 2\theta \left\{ \frac{\zeta}{\bar{r}_2} + \frac{\zeta \bar{r}_2 \kappa^2 S(\zeta)}{F(\zeta)} \right\} J_2(\zeta r) \right\} d\zeta \quad \text{----- (5)}$$

$$U_y = \frac{Q_x e^{i\omega t}}{2\pi\mu} \sin \theta \cos \theta \int_0^\infty \left\{ \frac{\zeta}{\bar{r}_2} + \frac{\zeta \bar{r}_2 \kappa^2 S(\zeta)}{F(\zeta)} \right\} J_2(\zeta r) d\zeta \quad \text{----- (6)}$$

$$U_z = -\frac{Q_x e^{i\omega t}}{2\pi\mu} \cos \theta \int_0^\infty \frac{\zeta^2 \{T(\zeta) - 2\bar{r}\bar{z}\}}{F(\zeta)} J_1(\zeta r) d\zeta \quad \text{----- (7)}$$

ただし、 $F(\zeta) = (2\zeta^2 - \kappa_s^2)^2 S(\zeta) - 4\zeta^2 \bar{r}\bar{z}$ 、 $T(\zeta) = (2\zeta^2 - \kappa_s^2) S(\zeta)$ 、 $S(\zeta) = \bar{r}/\zeta + \kappa_p^2/\zeta(\bar{r} + \bar{z})$
 $\bar{r}_1^2 = \zeta^2 - \kappa_p^2 \{1 + i v_s^2/\kappa\omega\mu\}$ 、 $\bar{r}_2^2 = \zeta^2 - \kappa_s^2$ 、 $\kappa_s = \omega/v_s$ 、 $\kappa_p = \omega/v_p$ 、 $i = \sqrt{-1}$

また、 ω は円振動数、 μ はせん断弾性係数、 $J_0(\cdot)$ 、 $J_1(\cdot)$ 、 $J_2(\cdot)$ はBessel関数である。

4. 計算例 本研究では結果を整理する都合上、 $A_0 = \omega/v_s$ (無次元振動数)、 $K^* = \bar{K}/v_s$ (無次元透水係数)、 $\eta = \mu\omega/\rho_w v_s$ なる無次元パラメータを導入した。なお、 η について

Yasutoshi KITAMURA, Katsumi YAMAMOTO, Kenzuke SHO

は便宜上 $\eta = 10^3$ で不変としたが、 η の物理的意味は明確なものでないため、今後この点については検討を要する。また、ポアソン比は $\nu = 1/3$ とした。

図-1~3は、 $A_0 = 1.0$ として、 K^* の変化が表面変位に与える影響について調べたものである。いずれの図においても K^* が $10^{-5} \sim 10^{-3}$ の範囲で最も表面変位が変化しており、この付近で間隙水の影響が大きく現れている。また、 K^* が大きくなるとともに、 $\nu = 1/3$ の水を含まない半無限弾性体の表面変位に近づいている。これは、式(3)~(7)において $K \rightarrow \infty$ とするとき、各変位解は水を含まない半無限弾性体の表面変位解に一致することから、明らかな結果といえる。一方、 K^* が小さくなるとともに、 $\nu = 1/2$ の水を含まない半無限弾性体の表面変位に近づいている。

$K^* = 0$ のとき、間隙水は排水されず、体積ひずみ ϵ が 0 となることから、媒体は $\nu = 1/2$ の水を含まない半無限弾性体に相当する。

図-4~6は、 K^* をパラメータとして、 A_0 の変化に対する表面変位の変化を示したものである。 K^* が大きくなるとともに水を含まない半無限弾性体に近づいているのは、前述の考察より明らかである。また、 $K^* = 10^{-4}$ のとき、表面変位の実部、虚部の変化は他の K^* に対する変化と比べて差異がみられる。これより、 K^* が 10^{-4} 付近では、間隙水の影響が A_0 の値にかかわらず現れるものと考えられる。

5. あとがき 本研究のような問題には Biot の理論の適用が考えられるが、地振外力による変位・応力解を解析的に得ることは難解である。このため、本研究では土粒子と間隙水の運動に本文に述べたような仮定を設けたが、今後この点については検討を加えたい。

文献 1) Saglan, S.: D.Sc. dissertation, The George Washington Univ., 1982.

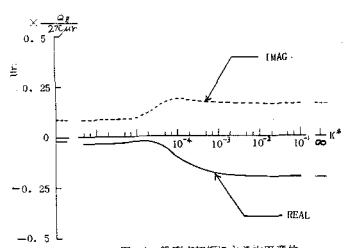


図-1 鉛直点加振による水平変位および水平点加振による鉛直変位

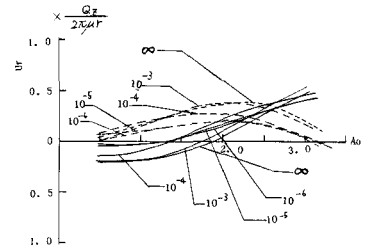


図-4 鉛直点加振による水平変位および水平点加振による鉛直変位

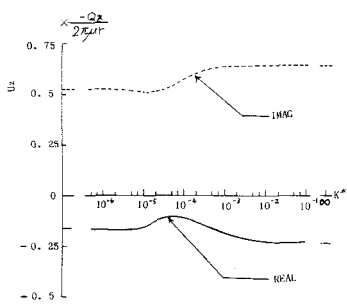


図-2 鉛直点加振による鉛直変位

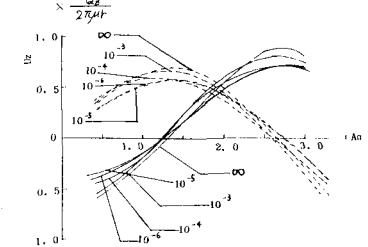


図-5 鉛直点加振による鉛直変位

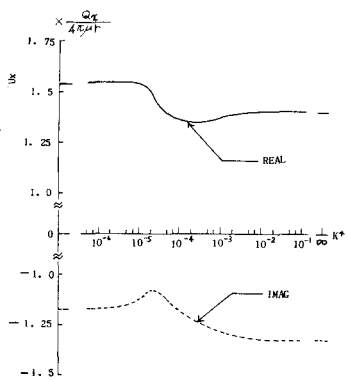


図-3 水平点加振による水平変位

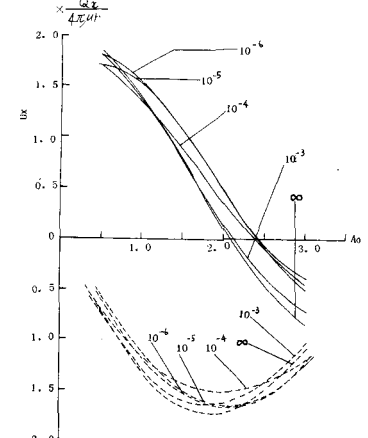


図-6 水平点加振による水平変位