

半無限弾性体中のクラックによる波動散乱問題の理論的解析

京都大学工学部 正員 丹羽義次

京都大学工学部 正員 廣瀬壮一

リクルート 正員 板東俊彦

1. 序論

一般に、土木構造物、あるいは土木材料の破壊は、欠陥周辺上の点、ないしは弱面上から発生するものと考えられている。欠陥の中でも、クラックは最も危険なものである。したがって、クラックの存在を検出し、また、その大きさ、深さ、方向等を決定することは、非破壊検査における課題のひとつである。波動散乱問題は、非破壊検査法の基礎的研究と位置づけられており、さまざまなクラック形状について、理論的、実験的に研究がなされている。本研究は、二次元半無限弾性体中の内部クラックによる波動散乱問題を、境界積分方程式法を用いて、理論的に解析するものである。具体的には、平面P波、平面S波及びRayleigh波が入射した際の弾性体表面の変位及びクラック面の変位のくいちがいを数値的に求めて、考察を行うものである。

2. 理論的解析法

本研究において、クラックは半無限弾性体中における空洞を、極限まで扁平にしたものであると仮定し、Fig.1に示すように、向いあった二面 ∂S^+ 、 ∂S^- で構成されているとした。このとき、境界条件 $t_i(x_0)=0$ 、 $x_0 \in \partial S_0$ を考慮して、積分方程式を定式化すると、次のようになる。

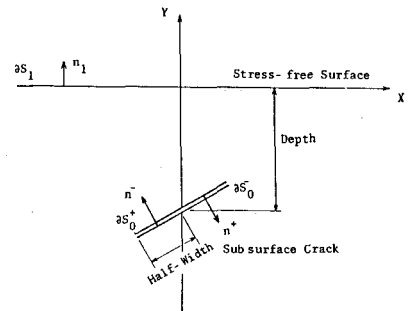


Fig.1 理論解析モデル

$$\begin{cases} \frac{1}{2} U_i^0(x; w) = - \int_{\partial S_0} U_m^*(y; w) D_i^*(x, y; w) dS_y - \int_{\partial S^+} D_i^*(x, y; w) \Delta U_m^T(y; w) dS_y & (x \in \partial S_1) \\ 0 = \hat{t}_{ij} C_{ijkl} \left\{ U_{k,l}^0(x^0; w) \cdot \int_{\partial S_0} U_m^*(y; w) D_i^*(x^0, y; w) dS_y - P \int_{\partial S^+} D_i^*(x^0, y; w) \Delta U_m^T(y; w) dS_y \right\} & (x^0 \in \partial S_0^+) \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

ΔU_m^T はクラック面の変位のくいちがいを、 $P \int_{\partial S^+} D_i^*(x^0, y; w) \Delta U_m^T(y; w) dS_y$ は発散積分の有限部分のみを考慮することを意味する。また、 U_m は変位を、 D_i^* は二重層ポテンシャルを表わす。さらに、添字T、S及びPはそれぞれ、全変位、散乱波による変位及び入射波と反射波の和から成る変位を表わす。ここで、 ∂S_1 上の U_i^0 と ∂S_0 上の ΔU_m^T が未知数であり、 $U_{k,l}^0$ は既知である。したがって、自由表面上における全変位 U_i^T は、式(1)、(2)を離散化して数値解析することによって求められた U_i^0 に U_i^T を加えることにより求めることができる。

3. 数値解析法

①式、②式を数値解析するにあたり、境界 ∂S_1 及び ∂S_0^+ をそれぞれ、 N_1 個、 N_0 個に分割し、座点法を用いることにより、境界積分方程式を節点ごとの値を未知量とする連立一次方程式に近似した。また、境界を表わす座標については、各要素を線型近似し、また、

Yoshiji NIWA, Sohichi HIRSE, Toshikiko BANDO

各要素上の変位は 2 次要素で近似を行った。

4. 結果及び考察

本研究において取扱った入射波は、平面P波、平面S波及びRayleigh波であり、そのそれぞれについて、クラックの深さ、傾斜角及び入射波の波数等を変化させて、それらのパラメータの及ぼす影響について考察を行なった。その一例を下図に示す。Fig. 2に示すように、鉛直なクラックを有する半無限弾性体に、x軸負の方向から、振幅1のRayleigh波が入射した場合を考える。Fig. 3, Fig. 4及びFig. 5はそれぞれ、クラック長 a/b が0.05, 0.20, 0.40の場合のクラック面上の変位のくいちがい(a図), 自由表面上の変位(b図)を表わしたものである。これらの図より次のようなことが言える。

1. クラック面の変位のくいちがいについては、ほぼ相似形となる。

2. 自由表面の変位については、 a/b が小さいほど、散乱波の影響が大きくなっている。

その他のパラメータの及ぼす影響については、当日会場で発表する。

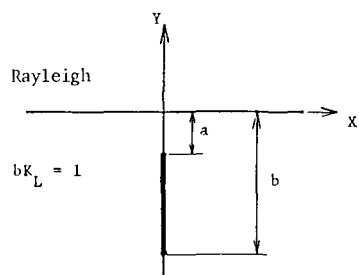


Fig. 2 クラック形状

— x-DIRECTION
- - - y-DIRECTION

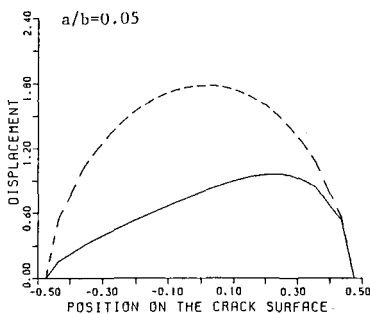


Fig. 3(a) クラック面の変位のくいちがい

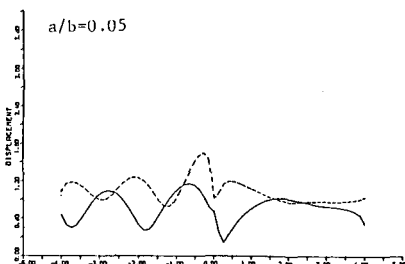


Fig. 3(b) 弾性体表面の変位

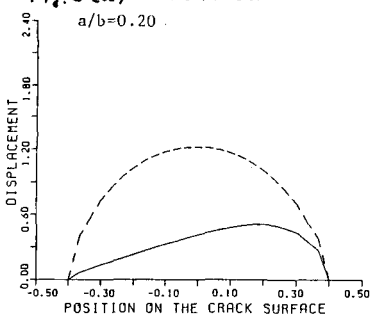


Fig. 4(a) クラック面の変位のくいちがい

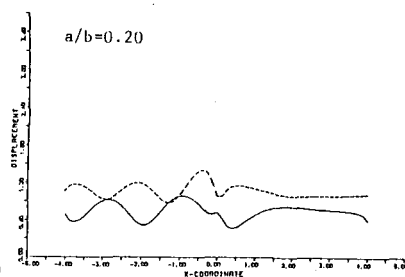


Fig. 4(b) 弾性体表面の変位

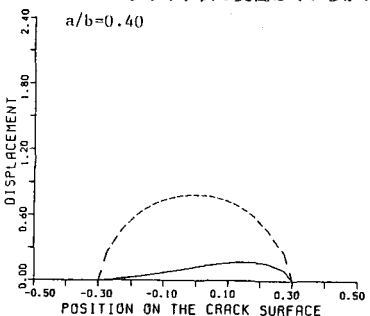


Fig. 5(a) クラック面の変位のくいちがい

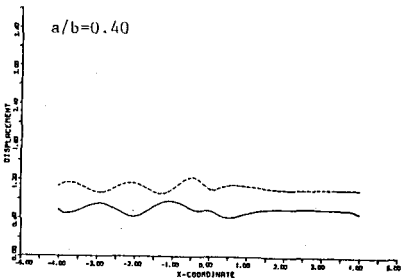


Fig. 5(b) 弾性体表面の変位