

FEMとLPによる最適揚水手法について

京都大学工学部 正員 青木 一男
 京都大学工学部 正員 嘉門 雅史
 矢作建設工業 正員 ○金井 主税

1. はじめに

地下水の無計画な揚水に伴い、地盤沈下や海岸部での地下水の塩水化などの環境汚染が発生している。このような揚水障害は、広域的な見地から十分検討し、合理的な揚水計画を決める必要がある。この揚水計画について、従来は、定常浸透流に関する基礎方程式を差分法、有限要素法により離散化し、各井戸に種々の揚水量を仮定して数値計算を繰り返して適切な地下水分布が得られる揚水量を求めてきた。しかし、揚水の条件等が複雑になると、最適な揚水計画を得ることが困難な場合が生じ合理的に決定できない。そこで、本研究では、複雑な制約条件下でも容易に地下水位分布、および最適揚水位置、揚水量を決定することができる手法として、有限要素法と線形計画法を組み合わせた手法を用い、平面2次元の最適揚水問題について考察するものである。

2. 解析手法

定常平面2次元浸透流の基礎方程式は、式(1)のポアソン式で与えられる。

$$\nabla^2 h = -\frac{Q}{K} \quad (1)$$

まず、有限要素法ではガレルキン法を用い、3角形1次要素において式(1)を離散化すると、節点の水頭および揚水量についての連立方程式が得られる。これをマトリクス表示すると式(2)のようになる。

$$[A] \{h\} + \{Q\} = 0 \quad (2)$$

ここに、A: 透水量係数と節点座標よりなる係数行列、h: 節点の水頭ベクトル、Q: 揚水量ベクトルである。

次に線形計画法においては、有限要素法により得られた式(2)をそのまま1組の制約条件式とし、さらに付加的な種々の制約条件式を考える。すなわち、線形計画法と有限要素法との組み合わせは、式(3)に示すような制約条件下で式(4)の目的関数を最大(最小)にする問題として捉えることができる。しかし、式(3)は一般的に初期可能基底形式ではないので、実行可能基底形式を見つけ出し、そこから最適解を求める2段階法を用いることにする。

$$\begin{bmatrix} A & I & 0 \\ B & & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h \\ Q \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$f = \sum h + \sum Q \quad (4)$$

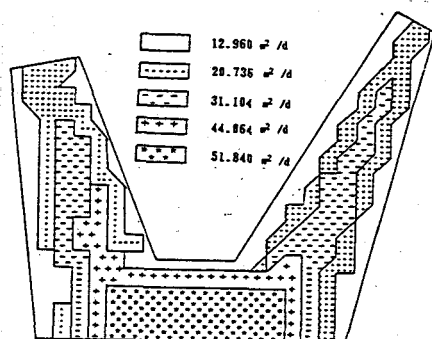


図-1 透水量係数の分布

3. 解析例

解析対象地区は、福井県三方町常神地区である。ボーリング資料、物理探査、揚水試験等より当地区をモデル化すると図-1に示すような節点数348、要素数600の平面2次元モデルが得られた。また境界条件は、各境界での標高を水頭として与えた。このモデルに対し本解析手法を適用した結果を以下に

表-1 各Caseの条件

Case	目的関数	付加的な制約条件式	揚水井の位置
1	$\sum h$ 領域1	$\sum Q = 1$ 領域1	47
2	$\sum h + \sum h$ 領域1 領域2	$\sum Q = 1, \sum Q = 1$ 領域1 領域2	44, 50
3	$\sum h + \sum h + \sum h$ 領域1 領域2 領域3	$\sum Q = 1, \sum Q = 1, \sum Q = 1$ 領域1 領域2 領域3	42, 47, 50

示す。まず最適揚水位置を求めるため、目的関数および付加的な制約条件式として表-1のようなCaseを考えた。

Case1は揚水井が1本の場合で、図-2に示すように最適揚水位置が節点47となり、Case2は揚水井が2本の場合で、図-3に

示すように最適揚水位置が節点44, 50となった。またCase3は揚水井が3本の場合で、図-4に示

すように最適揚水位置が節点42, 47, 52となった。

表-2 各Caseの条件

Case	目的関数	最大揚水量 (m ³ /d)
1	Q_{47}	$Q_{47} = 52.84$
2	$Q_{44} + Q_{50}$	$Q_{44} = 62.89, Q_{50} = 57.87$
3	$Q_{42} + Q_{47} + Q_{52}$	$Q_{42} = 69.09, Q_{47} = 50.10, Q_{52} = 61.92$

次に、これらの最適揚水位置において最大揚水量がどのようになるかを求めた。解析条件および目的関数を表-2にまとめた。Case1では最大52.8m³/d、Case2では62.9m³/d、57.9m³/d、Case3では69.1m³/d、50.1m³/d、61.9m³/dなる揚水が可能とみなせる。これは最大揚水量であるが、複数の井戸で揚水する場合には最適揚水比と理解することもできる。

4. おわりに

有限要素法と線形計画法を組み合わせた解析手法を用い、常神地区を例に検討した結果、妥当な結果が

得られた。今後の課題として制約条件式と目的関数の取り方を改良することにより、さらに合理的な揚水計画が得られると思われる。なお本研究に際し多大

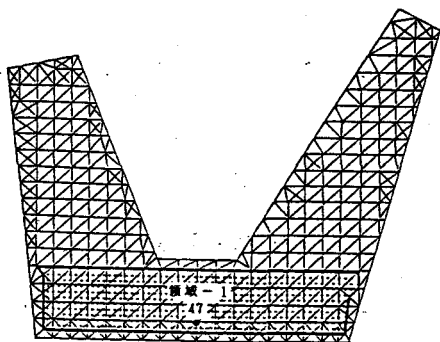


図-2 Case1の場合

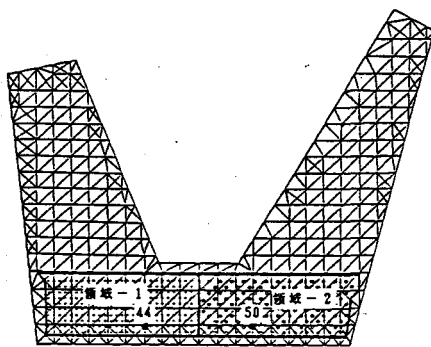


図-3 Case2の場合

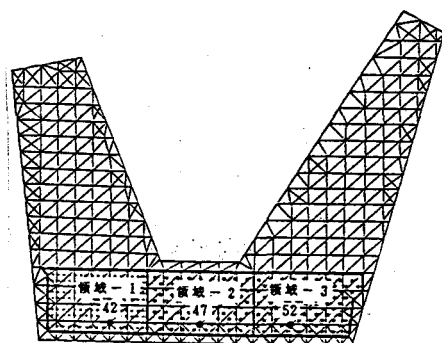


図-4 Case3の場合

な御援助、御指導をいただいた京都大学赤井浩一教授に深く感謝いたします。

(参考文献) 1) 松尾, 青木 ; 福井県三方町常神地下ダムの調査, 設計について, 土と基礎, vol.31, No.3, pp.11~15, 1983