

境界要素法による閉水域物質拡散に関する研究

大津市 正員 ○吉川 雅彦

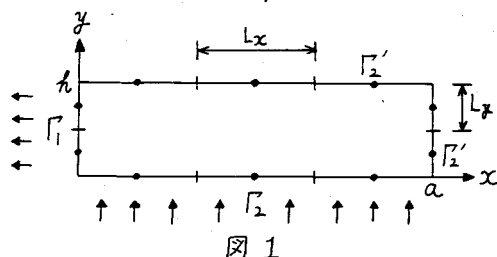
神戸大学工学部 正員 松梨順三郎

1. まえがき 大阪湾・播磨灘など、閉水域における富栄養化現象には、栄養塩類の底泥からの溶出による寄与が大きいといわれている。本研究は、この問題を2次元の拡散問題としてとらえ、境界要素法(BEM)適用の可能性について検討した。また、これに関連して領域分割法の定式化を行ない、その有用性について考察した。

2. 基礎方程式 図1は適用領域である。非常に細長い水域で、水底に沿って(x方向)、 $a=60(\text{km})$ 、鉛直上方向(y方向)に、水深 $h=50(\text{m})$ によって実際海域を想定した。研究の第1ステップとして、平均流速を $\bar{u}=\bar{v}=0$ とし、その基礎方程式を次のように設定した。

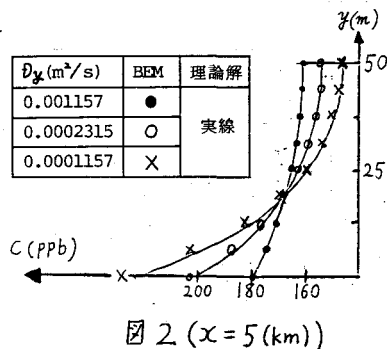
$$D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} = 0 \quad (C: \text{濃度}, D_x, D_y: \text{拡散係数}) \quad (1)$$

$$\text{境界条件は} \left\{ \begin{array}{l} \Gamma_1; C = \hat{C} = 0 \text{ (ppb)} \\ \Gamma_2; \bar{C} = \hat{C} = 50 \text{ (mg/m}^2 \cdot \text{day)} \\ \Gamma'_2; \bar{C} = \hat{C} = 0 \text{ (")} \end{array} \right\} \quad (2)$$



(2)式において Γ_2 は汚濁物質の底泥からの溶出境界を表わし、 Γ_1 は領域外への流出境界を表わす。以下の計算では、 $D_x=20(\text{m}^2/\text{s})$ とした。

3. 境界要素法の適用 一定要素を用いて、図1に示す様にx方向、y方向の要素の長さを L_x, L_y とし、それぞれ等分割した。 $L_x=1(\text{km})$ 、 $L_y=25(\text{m})$ とし、鉛直方向の拡散係数 D_y を三つに変化させて計算を行なった。その結果を図2に示す。ここに理論解はこの場合の解析解である。各 D_y におけるBEM解は理論解に非常によく一致している。 D_y が小さい程、水面の濃度は小となり水底の濃度は大となることわかる。図3は $D_y=100(\text{m}^2/\text{day})$

図2 ($x=5(\text{km})$)

$=0.001157(\text{m}^2/\text{s})$ のときの領域内の濃度分布を表わす。底面(Γ_2)から溶出した汚濁物質が出口(Γ_1)に向かって移動していく状況を表わす。次に D_y を $100(\text{m}^2/\text{day})$ に固定して、境界要素の長さ

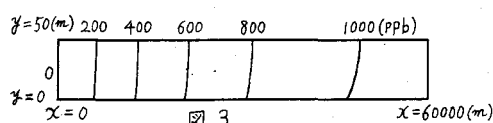


図3

L_x, L_y を変化させて計算の精度を比較した。領域内への汚濁物質の流入量と流出量の総和を w とし、BEM解の精度の尺度とした。結果を L_y をパラメーターとして示すと図4のようになる。この図より、一般に L_x を小にする程、 $|w|$ が小となり、精度がよくなる。

4. 領域分割法 領域分割法は、適用領域をいくつかの領域に分割する手法である。上記の計算のように領域の縦横の寸法が極端に相違している場合、拡散係数が場所によ

Masahiko YOSHIKAWA

Junzaburo MATSUNASHI

って異なる場合などに有効であり、バンドマトリックスを形成できるという点で計算機容量の縮小化という利点をもっている。次に、領域分割法の定式化について簡単に述べる。図1の領域を図5に示す様に三つの領域に分割する。ここに Γ_{12} , Γ_{23} は内部境界である。各領域 $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ ごとに境界要素法による定式化を実行し、境界上の式; $[H][C]=[G][Q]$ を作る。

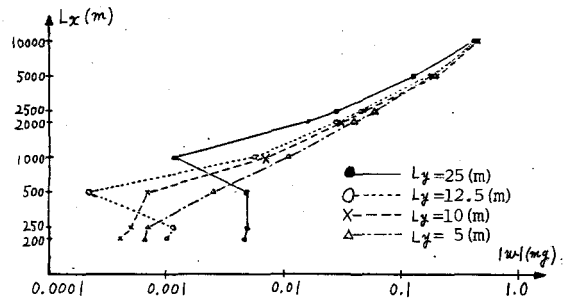


図4

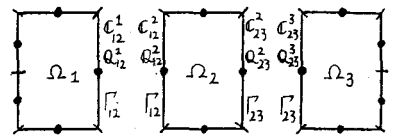


図5

る。三つの境界上の式を次の条件式(3)により、一つにすることができ(4)式。(4)式において空白部は0を、上の添字は領域を、下の添字は内部境界を表わす。

$$\left. \begin{aligned} (i) \text{適合条件;} & C_{12} = C_{12}^1 = C_{12}^2, C_{23} = C_{23}^2 = C_{23}^3 \\ (ii) \text{平衡条件;} & Q_{12} = Q_{12}^1 = -Q_{12}^2, Q_{23} = Q_{23}^2 = -Q_{23}^3 \end{aligned} \right\} (3)$$

$$\begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{11}^1 & H_{12}^1 & -G_{12}^1 & & \\ & H_{12}^1 & G_{12}^1 & H^2 & \\ & & & H_{23}^2 & -G_{23}^2 \\ & & & & H_{23}^2 & G_{23}^2 & H^3 \\ & & & & & & H_{33}^3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_{12}^1 \\ Q_{12}^1 \\ C_{12}^2 \\ C_{23}^2 \\ Q_{23}^2 \\ C_{23}^3 \\ Q_{23}^3 \\ C_{33}^3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G^1 & & \\ & G^2 & \\ & & G^3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q^1 \\ Q^2 \\ Q^3 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

(4)式のバンドマトリックスを解いて、境界上の未知の C, Q を求める。

5. 領域分割法の適用

領域分割法を使て、(2)式の条件をもつ拡散問題の解析を行なう。 $Dy = 100(\text{m}^2/\text{day})$, $Lx = 1(\text{km})$, $Ly = 25(\text{m})$, 領域の分割数を、3(Case 1), 6(Case 2), 12(Case 3)と変化させる(図6参照)。 $x = 15(\text{km})$ における各Caseの鉛直濃度分布を図7に示す。実線は理論解、●印は領域分割をしない場合のBEM解(Case 0)を示す。バンド幅をNBW, 内部境界も含めた全要素数を N , 計算容量を $NA (= NBW \times N)$ とすると表1を得る。図7, 表1によ

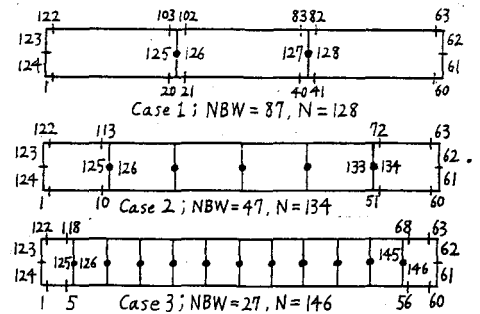


図6

ると、領域の分割数を増すと計算容量は節約できるが、解の精度が若干、低下することがわかる。

6. おわりに

BEM (Case 0)では非常に良好な結果が得られた。領域分割法は多くの利点をもち、研究の現段階では分割数を増すと若干の精度の低下につながるが、実用上からは有用である(Case 2で誤差1.3%)と考えられる。

<参考文献> C.A.Brebbia & S.Walker「境界要素法の基礎と応用」培風館

表1

Case	w(mg)	NA
0	-0.0011	15376
1	0.1091	11136
2	-0.2933	6298
3	0.8461	3942

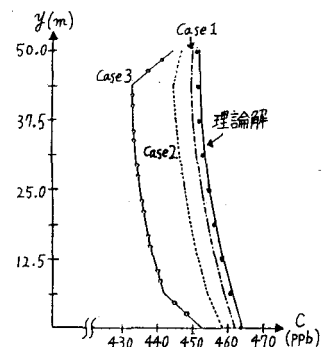


図7