

浮遊漂砂濃度の時間変動に対する解析

大阪大学工学部 正員 榎本亨
大阪大学工学部 正員の出口一郎

1 まえがき：本研究は、砕波点沖側で発生する砂れん上の浮遊砂濃度の位相変化に対し、砂粒の空間的存在確率を求めるというLagrange的な解析モデルを提案し、二次元移動床実験結果と比較することにより、その妥当性の検討を行なったものである。

2 砂粒の存在確率としての浮遊砂濃度：波動による底質浮遊は決して一次元的に生ずるものではなく、たとえば砂れん形成領域においては、砂れんによって発生する渦にtrapされた漂砂が移流する過程において、鉛直方向のみではなく、水平方向にも拡散することが実験的に確認されている。この過程を、漂速をもつOrnstein-Uhlenbeck過程と考え、浮遊砂濃度は浮遊砂粒の平均移動経路に沿った粒子の存在確率、すなわち Langevin方程式を解くことによって計算される。

いま、水平方向に x 軸、鉛直上方に z 軸をとった二次元の現象を考え、乱れを含む変動外力（振動力）ベクトル $F(t)$ を受け、単位体積質量 ρ の流体中を運動する直径 d 、単位体積質量 ρ_s の砂粒の運動方程式は、次の Langevin方程式で表わされる。

$dU_s/dt + BU_s = C + F(t)$, $C = (0, -2(\rho_s - \rho)g/(2\rho_s + \rho))$, $F(t) = A dU_f/dt + BU_f + F_e(t)$ (1)
ここに $U_s = (U_s, W_s)$ 及び $U_f = (U_f, W_f)$ は砂粒及び水粒子の移動速度ベクトル、 $F_e(t)$ は乱れによる変動外力、 C はいわゆる吸引力に対応する重力項であり、 A 及び B はそれぞれ次式で表わされる定数である。

$$A = 3\rho/(2\rho_s + \rho), B = 36\mu/((2\rho_s + \rho)d^2), \mu: \text{流体の粘性係数} \quad (2)$$

ただし、(1)式においては、砂粒と流体の相対的な速度差に起因する抵抗力に対して、Stokesの抵抗則を用い、非線形項は省略している。

(1)式において、 $F(t)$ を定常な二次元正規分布に従う確率過程とすれば、(1)式は積分され砂粒の初速度が0、初期位置が $R = (X_0, Z_0)$ という条件に対して、粒子が t 時間後に $R = (X, Z)$ という位置に存在する確率 $W(R, t)$ は次式のように求まる。¹⁾

$$W(R, t) = \left[\frac{B}{2\pi D(2Bt - 3 + 4e^{-Bt} - e^{-2Bt})} \right] \exp \left(\frac{-B|R - R_0(t)|^2}{2D(2Bt - 3 + 4e^{-Bt} - e^{-2Bt})} \right) \quad (3)$$

ここに、 $R_0 = (X_0, Z_0)$ は、(1)式において $F_e(t)$ を無視した場合の解として得られる、 t 時間後の平均的な砂粒位置であり、 D はLagrange的な拡散係数であり、(3)式においては砂粒の拡散は等方的であると考えている。なお、通常の海浜砂に対しては、そのなじみ時間はほぼ無視されることから、(3)式は次のように簡略化される。

$$W(R, t) = (1/4\pi Dt) \exp(-|R - R_0|^2/4Dt) \quad (4)$$

3 砂れん上における砂粒存在確率の計算

(4)式に基づいて砂粒の存在確率を計算するためには、まず砂粒の平均移動経路 $R_0(t)$ を

Toru Sawaragi Ichiro Deguchi

えなければならない。 $W_0(t)$ の計算には、(1)式において $\eta(t)=0$ とし、 W に対しては図1に示す正弦砂れん上での水粒子速度の一次近似解²⁾

$$\left. \begin{aligned} W_x &= \hat{W}_0 \cos \omega t (1 + k_r A \exp(-k_r z) \cos k_r x) \\ W_y &= -k_r A \hat{W}_0 \cos \omega t \cdot \exp(-k_r z) \sin k_r x \end{aligned} \right\} (5)$$

を用いた。ここに $\hat{W}_0$ は砂れん及び主流部の水粒子速度の振幅、 k_r は砂れんの波数である。

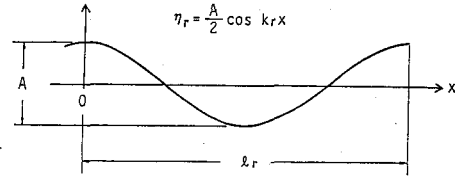


図1 砂れんモデル

図2は以上の方法で計算された砂れん頂部における砂粒存在確率 $W(0,z,t)$ の鉛直分布の位相変化(図(a))及びその時間平均値(図(b))を示したものであり、砂粒の初期位置は、砂れんによって形成される渦の中心(Inmanらにない、波谷上 $0.6A$ の高さ)にとり、拡散係数 D は後述する二次元移動床実験結果を参照して、時間平均浮遊砂濃度の鉛直分布から計算される拡散係数 $\bar{D}_z$ (≈ 18)の値を用いている。また計算に用いた他の諸量については、図中に示してある。一方、図3は、図2に示す計算条件とほぼ等しい水理条件で行なわれた二次元移動床実験において測定された浮遊砂濃度鉛直分布(図(a))とその時間平均値(図(b))を示したものである。なお、両図(a)に示す位相変化の時間軸原点($t=0$)は、砂粒平均位置(渦の位置)が砂れん頂部を通過する位相(図2-(a))及び、最大濃度が測定された位相(図3-(a))とし、 $\Delta t = 0.27$ 秒間隔にとった位相を示している。

これらの図を比較して明らかなように、時間平均濃度の鉛直分布形状は、計算によってほぼ再現されている。また位相変化については、 z の大きい領域($z > 4$ cm)における計算結果は、実験濃度よりもやや減衰が大きくなっているが、実験結果にみられるように、時間経過にともなう濃度分布が鉛直に近づき、一様になるうとする傾向は、計算においても再現されている。しかし、(4)式に基づいて浮遊砂濃度を定量的に予測するためには、計算で与えるべき source の強さ、等方性拡散の仮定の妥当性、砂れん上の流体運動等

に対するさらに詳細な研究が必要であろう。

参考文献

- 1) 張淳一：ランジュバン方程式，岩波叢書，1992.
- 2) Quick, H. C. Wave-induced Sand Ripples, Can. J. Civ. Eng. Vol. 9, pp. 285~295.

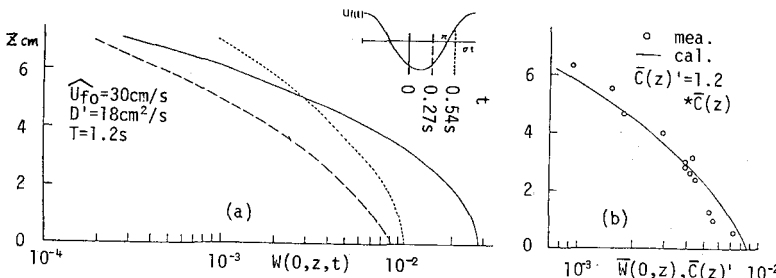


図2 砂粒子の存在確率

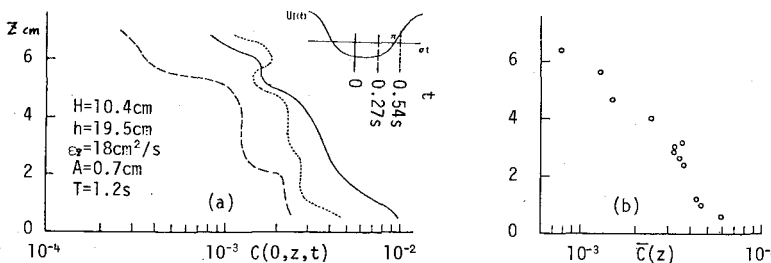


図3 浮遊砂濃度